



---

**SP1312 Ecuaciones Diferenciales II**  
**CARTA AL ESTUDIANTE**  
**I CICLO 2023**

Modalidad: Bimodal  
Horario de clases:  
L 16:00–17:50 207IN  
J 15:00–17:50 406DE

Tipo de curso: teórico  
Créditos<sup>1</sup>: 4  
Requisitos: MA-0360  
Correquisitos: Ninguno  
Ciclo: Optativo

### 1. Descripción del curso

Este es un curso introductorio a la teoría de los Sistemas Dinámicos. En él se mostrará a la persona estudiante ejemplos básicos de sistemas dinámicos, sus propiedades y herramientas para su estudio.

### 2. Objetivos

**Objetivo general:** Exponer las principales propiedades de los Sistemas Dinámicos y herramientas para su análisis mediante el estudio de ejemplos particulares.

**Objetivos específicos:** Al finalizar este curso, se espera que la persona estudiante sea capaz de:

1. Distinguir sistemas dinámicos 1 y 2-dimensionales, y sus propiedades
2. Analizar sistemas dinámicos mediante el uso de planos de fase y bifurcaciones
3. Identificar sistemas caóticos y fractales

### 3. Contenidos

1. Tema 1: Ecuaciones diferenciales ordinarias:

a) Ecuaciones de primer orden

---

<sup>1</sup>Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.

- b) Sistemas lineales de primer orden
  - c) Existencia y unicidad de soluciones
2. Tema 2: Flujos 1-dimensionales:
- a) Puntos fijo y estabilidad
  - b) Estabilidad lineal
  - c) Imposibilidad de oscilaciones
  - d) Bifurcaciones
3. Tema 3: Flujos 2-dimensionales
- a) Plano de Fases
  - b) Ciclos límite
  - c) Teorema de Poincaré - Bendixon
  - d) Osciladores
  - e) Bifurcaciones
4. Tema 4: Ecuación de Lorenz:
- a) Propiedades de la ecuación de Lorenz
  - b) Caos y atractores extraños
  - c) Mapa de Lorenz
5. Tema 5: Fractales:
- a) Fractales clásicos
  - b) Auto-similitud
  - c) Dimensión fractal
  - d) Conjunto de Julia
  - e) Conjunto de Mandelbrot

#### 4. Metodología

Este es un curso de modalidad *Presencial*. Se utilizará la plataforma [Mediación Virtual](#) para la entrega de tareas, proyectos, etc. Además, en esta plataforma se colocarán archivos complementarios como los documentos elaborados en clase y videos.

En este curso se seguirá una metodología de aprendizaje basado en proyectos. Esta es una metodología activa que enfrenta a la persona estudiante a proyectos en los que hay que dar respuesta a problemas reales, fomentando así la adquisición de conocimientos y competencias. Se trabajará con tres proyectos, mediante los cuales se medirá el avance de la persona estudiante en cada uno de los temas del curso. Esto será complementado con ejercicios guiados por la docente durante la clase, quices y tareas.

En el caso de que las autoridades sanitarias del país y de la Universidad emitan restricciones para el desarrollo de la práctica docente, las sesiones presenciales se trasladarán a la modalidad virtual, según las indicaciones que dé la persona docente a cargo del curso.

## 5. Actividades y cronograma

Semana	Temas
1. 13/03 - 18/03	Ecuaciones de primer orden. Sistemas lineales de primer orden.
2. 20/03 - 25/03	Existencia y unicidad de soluciones.
3. 27/03 - 01/04	Flujos 1-dimensionales: Puntos fijos y estabilidad. <b>Quiz o tarea.</b>
4. 03/04 - 08/04	Flujos 1-dimensionales: Estabilidad lineal. Imposibilidad de Oscilaciones.
5. 10/04 - 15/04	Flujos 1-dimensionales: Bifurcaciones. <b>Quiz o tarea.</b>
6. 17/04 - 22/04	Flujos 1-dimensionales: Bifurcaciones.
7. 24/04 - 29/04	Flujos 2-dimensionales: Planos de Fase. <b>Proyecto I.</b>
8. 01/05 - 06/05	Flujos 2-dimensionales: Ciclos límite. Teorema de Poincaré-Bendixon.
9. 08/05 - 13/05	Flujos 2-dimensionales: Osciladores. <b>Quiz o tarea.</b>
10. 15/05 - 20/05	Flujos 2-dimensionales: Bifurcaciones.
11. 22/05 - 27/05	Ecuación de Lorenz: Propiedades de la ecuación de Lorenz. <b>Quiz o tarea.</b>
12. 29/05 - 03/06	Ecuación de Lorenz: Caos y atractores extraños. <b>Proyecto II.</b>
13. 05/06 - 10/06	Ecuación de Lorenz: Mapa de Lorenz.
14. 12/06 - 17/06	Fractales: Fractales clásicos. <b>Quiz o tarea.</b>
15. 19/06 - 24/06	Fractales: Autosimilitud. Dimensión Fractal.
16. 26/06 - 01/07	Fractales: Conjunto de Julia. Conjunto de Mandelbrot.
17. 03/07 - 08/07	<b>Proyecto III.</b>

Semana	Temas
17. 10/07 - 15/07	Exámenes finales.

## 6. Evaluación

La evaluación incluirá los siguientes rubros:

- **Tareas y quices 40 %:** Este porcentaje se dividirá de forma equitativa entre todos los quices y tareas que se realicen a lo largo del curso. Serán al menos 5 evaluaciones de este tipo.
- **Proyectos de investigación 60 %:** Serán tres mini proyectos:
  - Proyecto I: Este proyecto se enfocará en analizar las bifurcaciones de diferentes flujos 1-dimensionales. Fecha tentativa de entrega: Viernes 28 de abril..
  - Proyecto II: En este proyecto se estudiarán los planos de fase de flujos 2-dimensionales. Fecha tentativa de entrega: Viernes 2 de junio.
  - Proyecto III: Este último proyecto se enfocará en estudiar los fractales y sus aplicaciones. Fecha tentativa de entrega parte escrita: Lunes 3 de julio.

Si una persona estudiante no puede realizar alguna evaluación, la realización de una reposición de la evaluación está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del *Reglamento de Régimen Académico Estudiantil* de la Universidad de Costa Rica<sup>2</sup>, el cual se cita a continuación:

**Artículo 24.** Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión

---

<sup>2</sup>Este reglamento se puede consultar en la página web [http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen\\_academico\\_estudiantil.pdf](http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf)

podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

La nota final del curso  $N_{\text{final}}$  se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Esta se obtendrá a partir de la nota de aprovechamiento  $N_{\text{aprov}}$ , expresada en una escala de 0 a 10, redondeada a la unidad o media unidad más próxima. La nota final del curso  $N_{\text{final}}$  es la que se reportará a la Oficina de Registro e Información, salvo en el caso de que  $N_{\text{final}} = 6,0$  o que  $N_{\text{final}} = 6,5$ , en cuyo caso la persona estudiante tiene derecho a realizar una prueba de ampliación, a realizarse en la fecha indicada en el calendario de evaluaciones del curso. Si se obtiene una nota igual o superior a 7.0 en la prueba de ampliación, la nota final que se reportará en el curso será 7.0; si la nota de la prueba de ampliación es estrictamente menor a 7.0, se reportará como nota de final 6.0 o 6.5, según haya sido el caso. La fecha tentativa para la prueba de ampliación

## 7. Referencias bibliográficas

1. DEVANEY, ROBERT L *A first course in chaotic dynamical systems: theory and experiment*. . 1993.
2. DEVANEY, ROBERT L *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems* . 1986.
3. PEITGEN, HEINZ-OTTO, ET AL. *Chaos and fractals: new frontiers of science*. 1992.
4. STROGATZ, S. H. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. 1994.

## 8. Atención a estudiantes

- Profesora: Adriana Sánchez.
  - Correo electrónico: `adriana.sanchez_c@ucr.ac.cr`
  - Zoom-ID: 264 375 5784.
  - Consulta: J: 13:30 a 14:30.
  - Casillero: 108 (segundo piso, Escuela de Matemática).
  - Teléfono: 2511 6622.
  - Cúbiculo 1, CIMPA (Nuevo edificio de Matemática, Ciudad de la Investigación).
- Profesor: Fabio Sanchez.

- Correo electrónico: [fabio.sanchez@ucr.ac.cr](mailto:fabio.sanchez@ucr.ac.cr)
- Zoom-ID: <https://udecr.zoom.us/j/5900085594>
- Consulta: M: 10:00 a 12:30.
- Teléfono: 2511-6608.
- Cubículo 7, CIMPA (Nuevo edificio de Matemática, Ciudad de la Investigación).

## 9. Régimen disciplinario

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el *Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes* de la Universidad de Costa Rica<sup>3</sup>. Esta normativa establece como faltas muy graves:

**Artículo 4c.** Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

**Artículo 4k.** Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

**Artículo 5c.** Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

---

<sup>3</sup>Este reglamento se puede consultar en la página web [https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden\\_y\\_disciplina.pdf](https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf)



Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

#### SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

#### DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI).

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.



2511-6345



facultad.ciencias@ucr.ac.cr





Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

**SON MANIFESTACIONES DE  
HOSTIGAMIENTO SEXUAL:**

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

**DENUNCIA**

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

**CONTACTOS**

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898  
comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr  
Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909  
defensoriahs@ucr.ac.cr