



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA
Departamento Matemática Aplicada
II Ciclo – 2020

Carta al estudiante

Sigla y nombre del curso: MA-2210 Ecuaciones Diferenciales Aplicadas

Naturaleza del curso: Teórico Práctico

Virtualidad: Virtual

Horas presenciales: 5

Horas de estudio independiente: 10

Modalidad: Semestral

Carga académica: 3 créditos

Requisito: MA-1001 o MA-1210

Correquisito: Ninguno

Estimado(a) estudiante:

En este curso se estudiarán algunas técnicas para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, lineales de orden arbitrario, sistemas de ecuaciones diferenciales y transformada de Laplace. Además, se tratarán los conceptos básicos del álgebra lineal, haciendo énfasis en el álgebra matricial y su aplicación a la solución de sistemas de ecuaciones lineales. También se mostrarán diversas aplicaciones de las ecuaciones diferenciales al modelaje y solución de problemas relacionados con otras áreas del conocimiento, en particular, en el crecimiento poblacional, reacciones químicas e ingeniería presentan aplicaciones bastante interesantes.

Por todo lo anterior, es fundamental que el estudiante domine a cabalidad los contenidos del curso previo MA-1210(requisito) o MA-1001.

El curso tiene una carga académica de tres créditos, lo que significa que amerita quince horas de estudio semanal. Descontando las cinco horas de clase, el estudiante debe comprometerse a dedicar al menos diez de estudio extra-clase, tanto a la teoría como a los ejercicios. Esta información puede consultarse en el sitio:

http://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx_ucruniversitycouncildatabases/normative/definicion_credito.pdf

Es su responsabilidad leer y estar al tanto de toda la información que aquí se le suministra, así como

estar al día con la materia y listas de ejercicios, de igual manera algunos temas o apartados pueden ser asignados para estudio independiente.

2 Objetivos generales del curso

1. Emplear algunas destrezas matemáticas que sean de utilidad para el estudiante en su ejercicio profesional.
2. Aplicar conceptos y herramientas matemáticas que permitan comprender modelos basados en ecuaciones diferenciales.
3. Fomentar el espíritu crítico mediante la discusión de conceptos fundamentales.
4. Utilizar la teoría básica de las ecuaciones diferenciales ordinarias y los principales métodos de solución.
5. Utilizar la teoría básica de los sistemas de ecuaciones lineales y como determinar su conjunto solución.
6. Resolver problemas relacionados con la disciplina del estudiante que puedan ser modelados ya sea mediante un sistema de ecuaciones lineales, una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales; interpretando los resultados dentro del área de su aplicación.

3 Objetivos específicos del curso

1. Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
2. Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias lineales con coeficientes constantes de cualquier orden.
3. Conocer y aplicar el método de variación de parámetros para obtener soluciones particulares de ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas.
4. Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales por métodos de eliminación de operadores.
5. Utilizar la transformada de Laplace para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias.
6. Plantear y resolver distintos problemas de aplicación que puedan modelarse haciendo uso de sistemas de ecuaciones lineales o de ecuaciones diferenciales ordinarias.

4 Contenidos del curso

1. Conceptos básicos y ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:
 - 1.1 Definición de ecuación diferencial ordinaria.
 - 1.2 Orden, solución particular y solución general de una ecuación diferencial.
 - 1.3 Existencia y unicidad de solución para un problema de valor inicial.
 - 1.4 Ecuaciones diferenciales en variables separables.
 - 1.5 Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas.
 - 1.6 Ecuaciones lineales.
 - 1.7 Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante.
 - 1.8 Reducción de orden en ecuaciones diferenciales de segundo orden con una variable ausente.

2. Aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden:
 - 2.1 Crecimiento y decrecimiento de poblaciones.
 - 2.2 Desintegración radiactiva. Vida media. Fechado de fósiles.
 - 2.3 Ley de enfriamiento de Newton
 - 2.4 Reacciones químicas.
 - 2.5 Mezclas.
3. Ecuaciones diferenciales lineales de orden mayor que uno:
 - 3.1 Combinación lineal de un conjunto de funciones.
 - 3.2 Conjunto de funciones linealmente dependiente e independiente.
 - 3.3 Wronskiano de un conjunto de n soluciones de una ecuación diferencial de orden n .
 - 3.4 Operadores diferenciales. Anuladores.
 - 3.5 Métodos de solución para una ecuación diferencial lineal homogénea de orden n .
 - 3.6 Fórmula de Abel.
 - 3.7 Reducción de orden, conocida una solución de la ecuación de la ecuación homogénea asociada a una ecuación diferencial lineal de segundo orden.
 - 3.8 Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas. Método de coeficientes indeterminados.
 - 3.9 Método de variación de parámetros.
4. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales:
 - 4.1 Solución de un sistema de ecuaciones diferenciales.
 - 4.2 Sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden.
 - 4.3 Solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, de orden arbitrario, con coeficientes constantes, aplicando el método de eliminación de operadores para transformar un sistema dado en uno equivalente que tenga forma triangular.
 - 4.4 Tanques interconectados.
5. Transformada de Laplace:
 - 5.1 Integrales impropias en intervalos no acotados.
 - 5.2 Transformada de Laplace y su inversa. Definición y propiedades básicas.
 - 5.3 Transformada de Laplace de algunas funciones elementales
 - 5.4 Transformada de Laplace de la derivada de una función y de la integral de una función.
 - 5.5 Teoremas de traslación de la Transformada de Laplace sobre los ejes s y t .
Funciones
escalón unitario.
 - 5.6 Derivación de la transformada de Laplace.
 - 5.7 Transformada de Laplace de una función periódica.
 - 5.8 Teorema de convolución. Ecuaciones Integrodiferenciales.
 - 5.9 Problemas de valor inicial.

5. Metodología y actividades para el logro de los objetivos

Este curso es virtual, los lunes de cada semana los profesores proporcionarán el material que corresponde en sus respectivas páginas en Mediación Virtual: Notas de clase, ejemplos, listas de ejercicios y videos tal y como cada profesor encuentre pertinente. Los días jueves o viernes, dependiendo del grupo, habrá una sesión sincrónica por medio de zoom en la que el profesor repasará los contenidos de la semana, resolverá ejercicios y ejemplos.

6 Evaluación

La evaluación se compone de

- 3 exámenes parciales con un valor de 10/3 cada uno.

Reporte de la nota final

Los siguientes criterios, se refieren a la nota de aprovechamiento NA, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente:

Si NA es mayor a 6,75 el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios, por ejemplo, como 8,25 se redondean hacia arriba, es decir, 8,5. Si NA es mayor o igual a 5,75 y menor a 6,75, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7 para aprobar el curso con nota 7, en caso contrario su nota será 6,0 o 6,5, la más cercana a NA. Si NA es menor a 5,75 pierde el curso. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

Examen de Ampliación

El examen de ampliación consta de tres partes, una por cada parcial, en este caso aquellos estudiantes que deban realizar este examen deberán hacer las partes que su profesor le indicó, por ejemplo, si un estudiante no aprobó el primer y tercer parcial, deberá realizar las partes uno y tres del examen de ampliación. El tiempo para realizar esta prueba depende del número de partes que deba de realizar: 1 hora y 10 minutos por cada parte, más media hora para elaborar el documento en pdf que adjuntará al vínculo que su profesor o profesora le asigne.

Calendario de las pruebas

- I Parcial.....Sábado 12 de setiembre de 8:00 a 12:00
- II Parcial.....Sábado 24 de octubre de 8:00 a 12:00
- III Parcial.....Sábado 28 de noviembre de 8:00 a 12:00
- Ampliación.....Miércoles 9 de diciembre de 8:00 a 12:00
- Suficiencia.....Se anunciará en su momento

Los exámenes serán hechos en casa. El día del examen se subirá la prueba a las páginas de los respectivos profesores así como a la de la coordinación en Mediación Virtual. Los exámenes estarán planeados para realizarse en 3 horas. La restante media hora será utilizada por el estudiante para generar un documento pdf que adjuntará al vínculo que corresponda según le haya indicado su profesor o profesora.

Exámenes de reposición

Aquellos casos de estudiantes con ausencia justificada a un examen, tales como enfermedades (con justificación medica), o choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición. Para solicitar el examen de reposición debe llenar la boleta de justificación (se descarga en la página de la escuela de matemática: www.emate.ucr.ac.cr), con esta adjuntar la

respectiva constancia y entregarla al profesor del grupo correspondiente en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba ordinaria. Solo los estudiantes autorizados mediante este proceso pueden realizar el examen de reposición. La entrega de los documentos no implica la autorización para hacer el examen de reposición, el profesor debe aprobar la autorización una vez revisada la documentación.

Calificación de exámenes

El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de que este se realizó, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la coordinación de la cátedra. La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante una nota equivalente al promedio de sus calificaciones en los otros dos exámenes, o a criterio del estudiante, a repetir el examen.

7 Horas de consulta

Cada profesor de la cátedra dispone de un horario de consulta, para atender las dudas de los estudiantes respecto a la materia del curso, así como los ejercicios propuestos para cada sección. Los estudiantes pueden ir a consulta con cualquier profesor de la cátedra, en el horario que le sea más favorable. Los horarios de consulta se discutirán durante la primera semana de clases.

8 Avisos y contacto

La cátedra utilizará la plataforma mediación virtual que la Escuela de Matemática pone a disposición de profesores y estudiantes, para crear la página del curso MA-2210 y así establecer una forma de comunicación con el estudiantado. En dicha página, aparecerá copia de este documento, así como prácticas periódicamente, las aulas de los exámenes y cualquier aviso importante. Los avisos relativos a las aulas de exámenes también serán publicados en la pizarra de la cátedra, en el segundo piso del edificio de Física y Matemáticas.

9 Estudiaderos

El CASE pone a disposición los estudiaderos, estos se llevan a cabo los miércoles a partir de las 8:00 am, y son atendidos por asistentes, en su mayoría estudiantes avanzados de varias carreras, quienes están a disposición para atender dudas de diversas áreas, en temas de teoría y de ejercicios. Se desarrolla en el aula 102 de Física y Matemática durante todo el semestre.

10 Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución de los contenidos. Cada profesor está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria, sin alterar los contenidos que debe cubrir para cada examen parcial.

- Semana 1: 10 de agosto

Definición de una ecuación diferencial ordinaria. Orden, solución particular y solución general de una ecuación diferencial. Existencia y unicidad de solución para un problema de valor inicial. Ecuaciones diferenciales en variables separables.

- Semana 2: 17 de agosto

Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas. Ecuaciones lineales.

- Semana 3: 24 de agosto

Ecuaciones exactas y reducibles a exactas por medio de un factor integrante. Reducción de orden en ecuaciones diferenciales de segundo orden con una variable ausente.

- Semana 4: 31 de agosto

Crecimiento y decrecimiento de poblaciones, Desintegración radiactiva, Vida media, Fechado de fósiles. Ley de enfriamiento de Newton, Reacciones químicas. Mezclas. **(Hasta aquí los contenidos del Primer parcial)**

- Semana 5: 7 de setiembre (Semana de I Parcial)

Repaso (examen de práctica) y I Parcial

- Semana 6: 14 de setiembre

Combinación lineal de un conjunto de funciones. Conjunto de funciones linealmente dependiente e independiente. Wronskiano de un conjunto de n soluciones de una ecuación diferencial de orden n .

- Semana 7: 21 de setiembre

Operadores diferenciales. Anuladores. Métodos de solución para una ecuación diferencial lineal homogénea de orden n

- Semana 8: 28 de setiembre

Reducción de orden, conocida una solución de la ecuación homogénea asociada a una ecuación diferencial lineal de segundo orden. Fórmula de Abel. Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas. Método de coeficientes indeterminados

- Semana 9: 5 de octubre

Método de variación de parámetros. Solución de un sistema de ecuaciones diferenciales. Sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden.

- Semana 10: 12 de octubre

Solución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales, de orden arbitrario, con coeficientes constantes, aplicando el método de eliminación de operadores para transformar un sistema dado en uno equivalente que tenga forma triangular. Tanques interconectados **(Hasta aquí los contenidos del II Parcial)**

- Semana 11: 19 de octubre (Semana de II Parcial)

Examen de práctica y II Parcial

- Semana 12: 26 de octubre

Integrales impropias en intervalos no acotados. Transformada de Laplace y su inversa. Definición y propiedades básicas.

- Semana 13: 2 de noviembre

Definición y propiedades básicas. Transformada de Laplace de algunas funciones elementales.

- Semana 14: 9 de noviembre

Transformada de Laplace de la derivada de una función y de la integral de una función. Teoremas de traslación de la Transformada de Laplace sobre los ejes s y t . Funciones escalón unitario.

- Semana 15: 16 de noviembre

Derivación de la transformada de Laplace. Transformada de Laplace de una función periódica. Teorema de convolución. Ecuaciones Integrodiferenciales. Problemas de valor inicial. **(Hasta aquí los temas de III Parcial)**

- Semana 16: 23 de noviembre

Examen de práctica y III Parcial.

12 Referencias

Las referencias incluidas en esta carta constituyen una guía para el profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas incluidos en el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de su preferencia.

- [1] Cespedes, J. Ecuaciones Diferenciales para Ciencias de la Vida. Editorial UCR, San Jose , 2010.
- [2] Zill, D.G. and Cullen, M.R. Ecuaciones Diferenciales con Problemas con Valores en la Frontera. Séptima edición.
- [3] Zill, D.G. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado. Novena edición. Cengage Learning, México, 2009.
- [4] Spiegel, M.R. Ecuaciones Diferenciales Aplicadas. Prentice Hall Hispanoamericana, S.A., México, 1987.
- [5] Arce, C., Castillo, W., González, J. Álgebra Lineal. Tercera edición. Editorial UCR, San Jose , 2005.
- [6] Herrera, E., Ernesto, J., et al. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. Editorial Reverte, Barcelona, 2010.
- [7] Braun, M. Ecuaciones Diferenciales y sus Aplicaciones. Grupo Editorial Iberoamericana, S.A., México, 1990.
- [8] Simmons, G. E. Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones y Notas Históricas. Segunda edición. McGraw-Hill, México, 1993.
- [9] Barrantes, H. Introducción a las Ecuaciones Diferenciales. Editorial Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica, 2015.
- [10] Tenenbaum, M. and Pollard, H. Ordinary Differential Equations. Dover Publications, Inc., New York, 1985.
- [11] Finney, R.L. and Ostberg, D.R. Elementary Differential Equations with Linear Algebra. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1976.

Coordinador:

Alberto José Hernández Alvarado

Oficina 1-4 CIMPA, Finca II

albertojose.hernandez@ucr.ac.cr

Tel: 25113713