



**MA-0505 ANÁLISIS I
CARTA AL ESTUDIANTE
I CICLO 2022**

Modalidad: Bimodal

Tipo de curso: Teórico

Horario de clases:

L 10:00–11:50 (Presencial: 402 FM)

J 09:00–11:50 (Virtual)

Créditos: 4

Ciclo: V

Requisitos: MA-0450, MA-0460

Correquisitos: Ninguno

1. Descripción del curso

El análisis matemático tiene sus inicios en la formulación rigurosa de cálculo infinitesimal. Es una rama de las matemáticas que se ocupa del cambio continuo y de ciertos tipos generales de procesos como los límites, la diferenciación y la integración. Historicamente sus orígenes se pueden encontrar en los intentos de calcular cantidades espaciales como la longitud de una línea curva o el área encerrada por una curva. Estos problemas pueden plantearse puramente como cuestiones matemáticas, pero tienen una importancia mucho mayor porque poseen una amplia variedad de interpretaciones en el mundo físico.

El análisis estudia generalmente el contexto de conjuntos numéricos, complejos y reales; así como las funciones entre esos conjuntos y construcciones derivadas. Sin embargo, también puede ser definido y estudiado en cualquier espacio de objetos matemáticos que tenga una definición de la cercanía (como un espacio topológico) o, más específicamente, una definición de distancia (como un espacio métrico).

Este curso pretende ser una transición entre el estudio de las sucesiones, series e integrales de funciones reales, visto en los cursos anteriores, a la teoría de espacios de funciones. Se caracteriza por un mayor rigor en su desarrollo y asume un conocimiento básico de análisis en \mathbb{R} y \mathbb{R}^n . El curso inicia con una introducción a la teoría de espacios métricos, para luego enfocarse en la integral de Riemann-Stieltjes. Además pretende introducir al estudiantado a la teoría de la medida y de integración de Lebesgue, así

⁰Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo de la persona estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por la persona docente.

como algunas de las consecuencias y aplicaciones en el área de análisis.

2. Objetivos

Objetivo general: Establecer las propiedades topológicas básicas de los espacios métricos y de la teoría de la medida de Lebesgue mediante pruebas formales, que ayudarán a establecer una base para el análisis real.

Objetivos específicos: Durante este curso, se espera que la persona estudiante sea capaz de:

- Demostrar las propiedades topológicas básicas de los espacios métricos y de la integral de Riemann-Stieltjes.
- Explicar la construcción de la medida exterior, así como la definición de conjuntos y funciones Lebesgue medibles.
- Identificar la Lebesgue-integrabilidad de funciones y su relación con la integral de Riemann-Stieltjes.

3. Contenidos

1. Tema 1: Espacios métricos y su topología:

- a) Definición de métrica.
- b) Conjuntos abiertos y cerrados.
- c) Conjuntos compactos.
- d) Teorema de Heine-Borel.
- e) Espacios métricos completos.
- f) Espacios métricos separables.
- g) Compleción de un espacio métrico.
- h) Conjuntos conexos y conexos por caminos en \mathbb{R}^n .
- i) Teorema de Arzelá-Ascoli.
- j) Teorema de Stone-Weierstrass.

2. Tema 2: Integral de Riemann-Stieltjes:

- a) Funciones de variación acotada.
- b) Definición y propiedades de la integral de Riemann-Stieltjes.

3. Tema 3: Medida de Lebesgue:

- a)* La medida externa de Lebesgue.
- b)* Conjuntos Lebesgue medibles.
- c)* Propiedades de la medida de Lebesgue.

4. Tema 4: Funciones medibles:

- a)* Funciones Lebesgue medibles.
- b)* Funciones semicontinuas.
- c)* Teorema de Egorov.
- d)* Teorema de Luisin.
- e)* Tipos de convergencia.

5. Tema 5: Integral de Lebesgue:

- a)* Integración de funciones positivas y sus propiedades.
- b)* Integración de funciones medibles.
- c)* Teoremas de convergencia.
- d)* La relación de las integrales de Riemann y Lebesgue.

4. Metodología

Según las Resoluciones VD-R-9374-2016 y VD-11489-2020, este es un curso de modalidad *Bimodal* mediante el uso de la plataforma institucional [Mediación Virtual](#). Se utilizará la Mediación Virtual para colocar los documentos, presentaciones y vídeos del curso. Las clases asincrónicas se realizarán por medio de vídeos, tareas y foros. Las actividades sincrónicas por medio de la aplicación Zoom. Para las clases sincrónicas se compartirá con antelación la fecha y el enlace a utilizar, que permita a la persona estudiante preparar su espacio físico y dispositivos necesarios. Las sesiones presenciales se realizarán los días Lunes de 10:00 a 11:50 en el aula 402 FM.

En el caso de que las autoridades sanitarias del país y de la Universidad emitan restricciones para el desarrollo de la práctica docente, las sesiones presenciales que hayan sido previstas se trasladarán a la modalidad virtual, según las indicaciones que dé la persona docente a cargo del curso.

5. Actividades y cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución de los contenidos. La persona docente está en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria, sin alterar los contenidos que debe cubrir en el curso.

Semana	Temas
Semana 1. 28/04 - 02/04	Definición de métrica. Conjuntos abiertos y cerrados.
Semana 2. 04/04 - 09/04	Conjuntos compactos. Teorema de Heine-Borel.
Semana 3. 11/04 - 16/04	Semana Santa.
Semana 4. 18/04 - 23/04	Espacios métricos completos. Espacios métricos separables.
Semana 5. 25/04 - 30/04	Compleción de un espacio métrico. Conjuntos conexos y conexos por caminos en \mathbb{R}^n . Semana Universitaria
Semana 6. 02/05 - 07/05	Teorema de Arzelá-Ascoli. Teorema de Stone-Weierstrass.
Semana 7. 09/05 - 14/05	I Parcial.
Semana 8. 16/05 - 21/05	Funciones de variación acotada. Definición y propiedades de la integral de Riemann-Stieltjes.
Semana 9. 23/05 - 28/05	La medida externa de Lebesgue.
Semana 10. 30/05 - 04/06	Conjuntos Lebesgue medibles.
Semana 11. 06/06 - 11/06	Propiedades de la medida de Lebesgue.
Semana 12. 13/06 - 18/06	II Parcial.
Semana 13. 20/06 - 25/06	Funciones Lebesgue medibles. Funciones semicontinuas.
Semana 14. 27/06 - 02/07	Teorema de Egorov. Teorema de Luisin.
Semana 15. 04/07 - 09/07	Tipos de convergencia. Integración de funciones positivas y sus propiedades.
Semana 16. 11/07 - 16/07	Integración de funciones medibles. Teoremas de convergencia.
Semana 17. 18/07 - 23/07	La relación de las integrales de Riemann y Lebesgue.
Semana 18. 25/07 - 30/07	III Parcial.

6. Evaluación

La evaluación incluirá los siguientes rubros (las fechas son tentativas):

- **Tareas y quices 20 %:** Este porcentaje se dividirá de forma equitativa entre todos los quices y tareas que se realicen a lo largo del curso.
- **Proyecto de investigación 20 %:** Se tendrá un informe por escrito y una pre-

sentación oral como parte de la evaluación del proyecto.

- **I Parcial 20 %:** Este será un examen virtual, dividido en dos partes. La primer parte será el Lunes 09 de mayo y la segunda el Jueves 12 de mayo, ambos mediante la plataforma de Mediación Virtual.
- **II Parcial 20 %:** Este será un un examen bimodal, dividido en dos partes. La primer parte será presencial, el Lunes 13 de junio. La segunda parte será virtual el Jueves 16 de junio mediante la plataforma de Mediación Virtual.
- **III Parcial 20 %:** Este será un examen presencial, y se realizará el Miércoles 27 de julio de 9:00 a 12:00. (Aula por definir).

Todas las evaluaciones pueden realizarse de forma presencial o virtual, además serán orales y/o escritos, grupales o individuales. En el caso de los quices podrán ser sorpresa (sin aviso previo). Para el proyecto de investigación, la persona docente proporcionará una lista de temas a trabajar, para que los y las estudiantes escojan el de su preferencia, y será en grupos de máximo 3 personas. Las fechas de entrega se determinarán durante las primeras semanas de clase y dependerán de la cantidad de estudiantes inscritos(as) en el curso.

Si un o una estudiante no puede realizar alguna evaluación, la realización de una prueba de reposición está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica¹, el cual se cita a continuación:

Artículo 24. Cuando el o la estudiante se vea imposibilitado(a), por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante la persona docente que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor o la profesora determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, la persona docente deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el o la estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad de la persona estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

¹Este reglamento se puede consultar en la página web http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf

La nota final del curso se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Dicha nota se notifica a la Oficina de Registro e Información en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar un curso. En el caso de obtener un 6,0 o 6,5, el o la estudiante tiene derecho a realizar un exámen de ampliación. La persona estudiante que obtenga en la prueba de ampliación una nota de 7,0 o superior, tendrá una nota final de 7,0. En caso contrario, mantendrá 6,0 o 6,5, según corresponda.

7. Régimen disciplinario

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica². Esta normativa establece como faltas muy graves:

Artículo 4c. Hacerse suplantar o suplantar a otro(a) en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por la persona estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

Artículo 4k. Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

Artículo 5c. Copiar de otro(a) estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

Dichas faltas se sancionan con una suspensión de la condición de estudiante, por un tiempo definido según el tipo de falta.

8. Referencias bibliográficas

Referencias

- [1] Apostol, Tomas. *Análisis Matemático*. Segunda edición, Reverte, 1976.
- [2] Cambronero, Santiago. *Notas de clase MA0505*.
- [3] De Castro Júnior, A. *Curso de Teoria da Medida*. Tercera edición, IMPA, 2015.

²Este reglamento se puede consultar en la página web https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf

- [4] Lages Lima, Elon. *Curso de Análise Vol. 2*. IMPA, 2014.
- [5] Nelson, Gail. *A user-friendly introduction to Lebesgue measure and integration*. AMS, 2015.
- [6] Royden H. L. *Real Analysis*. Prentice Hall, 1988.
- [7] Varilly, Joseph. *Notas de clase MA-0505*.
- [8] Wheeden R. y Zygmund A. *Measure and Integral*. Chapman and Hall/CRC, 2015.

9. Atención a estudiantes

- Profesora: Adriana Sánchez.
- Correo electrónico: `adriana.sanchez_c@ucr.ac.cr`
- Zoom-ID: 264 375 5784.
- Consulta: L 13:30-15:00 (Presencial) y K: 10:00-11:00 (Virtual).
- Casillero: 108 (segundo piso, Escuela de Matemática).
- Oficina 213, CIMPA (Nuevo edificio de Matemática, Ciudad de la Investigación).



Es un acto u omisión que afecta las oportunidades de una persona o sus derechos humanos.

SON MANIFESTACIONES DE DISCRIMINACIÓN:

- Ataques físicos
- Burlas, bromas ofensivas
- Uso de vocabulario discriminatorio
- Trato diferencial o despectivo
- Exclusión o segregación
- Desinterés o maltrato
- Negación a brindar servicios

DENUNCIA

La denuncia puede presentarse personalmente o mediante correo electrónico ante la **Comisión Institucional Contra la Discriminación (CICDI)**.

Ninguna de las personas involucradas en el proceso podrán sufrir prejuicios.

Si usted ha vivido una situación de discriminación puede acercarse a la Facultad de Ciencias para buscar apoyo.



2511-6345



facultad.ciencias@ucr.ac.cr





Toda conducta de naturaleza sexual indeseada por quien la recibe, que provoque efectos perjudiciales en el estado general o bienestar personal.

SON MANIFESTACIONES DE HOSTIGAMIENTO SEXUAL:

- Promesa o amenaza, implícita o expresa, relacionada con favores sexuales
- Propuestas o conductas de naturaleza sexual
- Humillaciones u ofensas con palabras, gestos o imágenes
- Acercamientos o formas de contacto físico no deseados
- Intentos de comunicación ajenos a la relación profesional o académica

DENUNCIA

Las denuncias se realizan en forma verbal o escrita, ante la Comisión Institucional Contra el Hostigamiento Sexual (CICHS).

CONTACTOS

Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: 2511-4898
comision.contrahostigamiento@ucr.ac.cr
Defensoría contra el Hostigamiento Sexual: 2511-1909
defensoriahs@ucr.ac.cr

