



Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

MA0455

III-2020

Características del curso

Sigla: MA0455
Nombre del curso: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
Naturaleza del curso: Teórico Práctico
Grado de virtualidad: Alto
Horas presenciales: 10
Horas de estudio independiente: 20
Modalidad: Semestral
Carga académica: 4 créditos
Requisito: MA0460 y MA0450
Correquisito: Ninguno

Presentación

A partir de la II Ley de Newton en Física, surgió la necesidad de establecer propiedades de un proceso sabiendo únicamente información de ley de tasas de cambio, pero no información explícita del proceso en sí. La derivada puede ser interpretada como el índice de cambio, es por esto que las ecuaciones diferenciales están naturalmente asociadas al modelado matemático de muchos fenómenos naturales. En otras palabras, las ecuaciones diferenciales son la expresión matemática de las leyes de la naturaleza.

Esta necesidad de modelar fenómenos naturales impulsó la creación de dos grandes áreas: las ecuaciones diferenciales ordinarias y las ecuaciones en derivadas parciales, las cuales a pesar de tener un origen común cuentan con métodos muy disímiles. Las ecuaciones ordinarias estudian ecuaciones o sistemas de ecuaciones que relacionan una variable independiente, a una o varias funciones desconocidas. Por otro lado, las ecuaciones en derivadas parciales analizan ecuaciones que contienen funciones multivariantes, es decir, que involucran varias variables independientes.

Podríamos decir que la meta de la teoría de las ecuaciones diferenciales es, dada una ecuación, encontrar sus soluciones. Sin embargo, solo ecuaciones diferenciales simples se pueden resolver mediante fórmulas explícitas. La mayoría de las ecuaciones diferenciales no se pueden resolver explícitamente. Por tanto, hacer un análisis cualitativo de las ecuaciones puede ser de mayor utilidad para el cálculo numérico de las soluciones.



En este curso se introduce la teoría y aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias. Se estudiarán los métodos clásicos y las aplicaciones, pero enfatizando la rigurosidad. Se supone al estudiante familiarizado con el análisis de una variable, incluyendo convergencia uniforme de sucesiones y series de funciones, así como conocimientos avanzados de cálculo y análisis de varias variables y álgebra lineal.

Objetivos

Objetivo General

Introducir los conceptos básicos y principales resultados de la Teoría de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

Objetivos específicos

- Resolver ecuaciones diferenciales utilizando diferentes métodos como separación de variables, factores integrantes, cambios de variables y reducción del orden.
- Crear modelos sencillos utilizando ecuaciones diferenciales, que permitan resolver problemas concretos.
- Comprender la utilidad de la teoría de existencia y unicidad, como herramienta en el estudio del comportamiento de las soluciones.
- Resolver ecuaciones diferenciales lineales mediante técnicas como coeficientes indeterminados, variación de parámetros y transformada de Laplace.
- Aplicar el álgebra lineal al estudio cualitativo y la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Estudiar la estabilidad de sistemas lineales y sistemas perturbados, aplicando algunas técnicas básicas como el método de Lyapunov.

Contenidos del curso

1. Ecuaciones diferenciales de primer orden.
 - a) Concepto de ecuación diferencial.
 - b) Existencia y unicidad de las soluciones en un intervalo apropiado.
 - c) Métodos clásicos para resolver ecuaciones de primer orden: ecuaciones separables, ecuaciones exactas y reducibles a exactas. Método de cambio de variable y reducción de orden.
 - d) Aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
 - e) Teoremas de existencia y unicidad de soluciones.
2. Ecuaciones diferenciales de orden superior.
 - a) Ecuaciones de orden superior y sistemas de primer orden.
 - b) Ecuaciones lineales homogéneas, soluciones linealmente independientes, el Wronskiano.
 - c) Ecuaciones lineales no homogéneas, determinación de una solución particular.
 - d) Sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes constantes.
 - e) Variación de parámetros.



3. Transformada de Laplace
 - a) Definición de transformada de Laplace.
 - b) Propiedades elementales.
 - c) Transformada inversa.
 - d) Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante transformada de Laplace.
4. Ecuaciones lineales autónomas
 - a) Preliminares: números complejos.
 - b) Matriz elemental.
 - c) Función exponencial de una matriz.
5. Estabilidad de Lyapunov.
 - a) Estabilidad lineal.
 - b) Funciones de Lyapunov.
6. Tópicos extra (conforme el tiempo lo permita).
 - a) Resolución por series.

Metodología

Este curso es virtual para su versión III Semestre 2020. Se utilizará la plataforma institucional Mediación Virtual para colocar los documentos, presentaciones y vídeos del curso. Las clases asincrónicas se realizarán por medio de vídeos, tareas y foros. Las actividades sincrónicas por medio de la aplicación Zoom. Para las clases sincrónicas se compartirá con antelación la fecha y el enlace a utilizar, que permita al estudiante preparar su espacio físico y dispositivos necesarios.

Evaluación

La evaluación se compone de:

- Tareas semanales 40 %.
- Examen oral 30 %.
- Proyecto de investigación 30 %.

La fecha del examen oral y entrega del proyecto de investigación se anunciará en su momento.

Reporte de nota final

Los siguientes criterios, se refieren a la nota de aprovechamiento (de ahora en adelante denotada como NA), expresada en una escala de 0 a 10, redondeada en enteros y fracciones de media unidad, según el reglamento vigente. Si NA es mayor a 6,75 el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios, por ejemplo, como 8,25 se redondean hacia arriba, es decir, 8,5. Si NA es mayor o igual a 5,75 y menor a 6,75, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación. En caso de aprobar dicha prueba se le asignará como nota final 7,0. En caso contrario, su nota final será



6,0 o 6,5 según corresponda. Si NA es menor a 5,75 pierde el curso. La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

Examen de reposición

Aquellos casos de estudiantes con ausencia justificada a un examen, tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición.

Para solicitar el examen de reposición debe llenar la boleta de justificación (se descarga en la página de la escuela de matemática: www.emate.ucr.ac.cr), con esta adjuntar la respectiva constancia y entregarla al profesor del grupo correspondiente en los cinco días hábiles siguientes después de realizada la prueba ordinaria. Solo los estudiantes autorizados mediante este proceso pueden realizar el examen de reposición. La entrega de los documentos no implica la autorización para hacer el examen de reposición, el profesor debe aprobar la autorización una vez revisada la documentación.

Profesores

Este curso está a cargo de

- Profesora Adriana Sánchez.
adriana.sanchez_c@ucr.ac.cr
- Profesor Santiago Cambronerero
santiago.cambronerero@ucr.ac.cr

Horas de consulta

Cada profesor dispone de un horario de consulta, para atender las dudas de los y las estudiantes respecto a la materia del curso, así como los ejercicios propuestos para cada sección. Los horarios de consulta se discutirán durante la primera semana de clases.

Cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución de los contenidos. Cada profesor esta en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria, sin alterar los contenidos que debe cubrir en el curso.

- Semana 1: 04 de enero - 08 de enero
Ecuaciones diferenciales de primer orden: concepto de ecuación diferencial, existencia y unicidad de las soluciones en un intervalo apropiado. Métodos clásicos para resolver ecuaciones de primer orden: ecuaciones separables, ecuaciones exactas y reducibles a exactas. Método de cambio de variable y reducción de orden.
- Semana 2: 11 de enero - 15 de enero
Ecuaciones diferenciales de primer orden: aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, teoremas de existencia y unicidad de soluciones.



- Semana 3: 18 de enero - 22 de enero
Ecuaciones diferenciales de orden superior: ecuaciones de orden superior y sistemas de primer orden, ecuaciones lineales homogéneas, soluciones linealmente independientes, el Wronskiano. Ecuaciones lineales no homogéneas, determinación de una solución particular. Sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Variación de parámetros.
- Semana 4: 25 de enero - 29 de enero
Transformada de Laplace: definición de transformada de Laplace, propiedades elementales, transformada inversa. Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante transformada de Laplace.
- Semana 5: 01 de febrero - 05 de febrero
Ecuaciones lineales autónomas: números complejos, matriz elemental y función exponencial de una matriz.
- Semana 6: 08 de febrero - 12 de febrero
Estabilidad de Lyapunov: Estabilidad lineal, funciones de Lyapunov.
- Semana 7: 15 de febrero - 19 de febrero
Exámenes orales y entrega de proyecto final
- Semana 8: 22 de febrero - 26 de febrero
Exámenes orales y entrega de proyecto final

Referencias

- [1] Boyce, W. E. & DiPrima, R. C. *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Tercera edición, Editorial Limusa, 1989.
- [2] Cambroner, S. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Notas del curso.
- [3] Coddington, E. A. & N. Levinson. *Theory of Ordinary Differential Equations*. McGraw-Hill, New York, 1955.
- [4] Hale, J.K. *Ordinary Differential Equations*. Krieger Pub. Co. 1980.
- [5] Perko, L. *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer - Verlag NY, 1991.
- [6] Sotomayor. *Lições de equações diferenciais ordinárias*. IMPA.
- [7] Varilly, J. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Notas del curso. Pueden ser encontradas en <http://www.kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/29492>
- [8] Viana, M. & Espinar J. *Differential Equations: A Dynamical Systems Approach to Theory and Practice*. Versión preliminar puede ser encontrada en <http://edoimpa.br/Livro>.