



**MA-0455 Ecuaciones Diferenciales Ordinarias
CARTA AL ESTUDIANTE
I CICLO 2021**

Modalidad: virtual

Tipo de curso: teórico

Horario: L 13:00–15:50, J 13:00–14:50

Consulta: J 9:00–11:30

Créditos: 4

Ciclo: V

Requisitos: MA-0460, MA-0450

Correquisitos: Ninguno

1. Descripción del curso

A partir de la II Ley de Newton en Física, surgió la necesidad de establecer propiedades de un proceso sabiendo únicamente información de ley de tasas de cambio, pero no información explícita del proceso en sí. La derivada puede ser interpretada como el índice de cambio, es por esto que las ecuaciones diferenciales están naturalmente asociadas al modelado matemático de muchos fenómenos naturales. En otras palabras, las ecuaciones diferenciales son la expresión matemática de las leyes de la naturaleza.

Esta necesidad de modelar fenómenos naturales impulsó la creación de dos grandes áreas: las ecuaciones diferenciales ordinarias y las ecuaciones en derivadas parciales, las cuales a pesar de tener un origen común cuentan con métodos muy disímiles. Las ecuaciones ordinarias estudian ecuaciones o sistemas de ecuaciones, que relacionan una variable independiente a una o varias funciones desconocidas. Por otro lado, las ecuaciones en derivadas parciales analizan ecuaciones que contienen funciones multivariantes, es decir, que involucran varias variables independientes.

Podríamos decir que la meta de la teoría de las ecuaciones diferenciales es, dada una ecuación, encontrar sus soluciones. Sin embargo, solo ecuaciones diferenciales simples se pueden resolver mediante fórmulas explícitas. La mayoría de las ecuaciones diferenciales no se pueden resolver explícitamente. Por tanto, hacer un análisis cualitativo de las ecuaciones puede ser de mayor utilidad para el cálculo numérico de las soluciones.

En este curso se introduce la teoría y aplicaciones de las ecuaciones diferenciales ordinarias. Se estudiarán los métodos clásicos y las aplicaciones, pero enfatizando la rigurosidad. Se supone al estudiante familiarizado con el análisis de una variable, incluyendo convergencia uniforme de sucesiones y series de funciones, así como conocimientos avanzados de cálculo y análisis de varias variables y álgebra lineal.

2. Objetivos

Objetivo general: Desarrollar la capacidad de expresar ciertos fenómenos de la naturaleza en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias, así como desarrollar destrezas en la solución de ecuaciones diferenciales elementales y hacer evidente la relevancia de los teoremas de unicidad y existencia de soluciones.

Objetivos específicos: Durante este curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

- Resolver ecuaciones diferenciales utilizando diferentes métodos como separación de variables, factores integrantes, cambios de variables y reducción del orden.
- Crear modelos sencillos utilizando ecuaciones diferenciales, que permitan resolver problemas concretos.
- Comprender la utilidad de la teoría de existencia y unicidad, como herramienta en el estudio del comportamiento de las soluciones.
- Resolver ecuaciones diferenciales lineales mediante técnicas como coeficientes indeterminados, variación de parámetros y transformada de Laplace.
- Aplicar el álgebra lineal al estudio cualitativo y la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Estudiar la estabilidad de sistemas lineales y sistemas perturbados, aplicando algunas técnicas básicas como el método de Lyapunov.

3. Contenidos

1. Tema 1: Ecuaciones diferenciales de primer orden.
 - a) Concepto de ecuación diferencial.
 - b) Análisis cualitativo de ecuaciones diferenciales.
 - c) Existencia y unicidad de las soluciones en un intervalo apropiado.
 - d) Métodos clásicos para resolver ecuaciones de primer orden: ecuaciones separables, ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas, ecuaciones exactas y reducibles a exactas. Método de cambio de variable y reducción de orden.
 - e) Aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
2. Tema 2: Ecuaciones diferenciales de orden superior.
 - a) Preliminares: números complejos.

- b)* Ecuaciones de orden superior y sistemas de primer orden.
 - c)* Ecuaciones lineales homogéneas, soluciones linealmente independientes, el Wronskiano.
 - d)* Ecuaciones lineales no homogéneas, determinación de una solución particular.
 - e)* Sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes constantes.
 - f)* Variación de parámetros.
- 3. Tema 3: Teoremas de existencia y unicidad de soluciones.
 - a)* Teorema de Picard.
 - b)* Teorema de Peano.
 - c)* Solución maximal.
- 4. Tema 4: Ecuaciones lineales autónomas.
 - a)* Análisis matricial.
 - b)* Función exponencial de una matriz.
 - c)* Sistemas lineales homogéneos y no homogéneos.
 - d)* Sistemas periódicos.
- 5. Tema 5: Transformada de Laplace.
 - a)* Definición de transformada de Laplace.
 - b)* Propiedades elementales.
 - c)* Transformada inversa.
 - d)* Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante transformada de Laplace.
- 6. Tema 6: Estabilidad de Lyapunov.
 - a)* Estabilidad lineal.
 - b)* Funciones de Lyapunov.

4. Metodología

Según las Resoluciones VD-R-9374-2016 y VD-11489-2020, este es un curso de modalidad *Virtual* mediante el uso de la plataforma institucional [Mediación Virtual](#). Se utilizará la Mediación Virtual para colocar los documentos, presentaciones y vídeos del curso. Las clases asincrónicas se realizarán por medio de vídeos, tareas y foros. Las actividades sincrónicas por medio de la aplicación Zoom. Para las clases sincrónicas se compartirá con antelación la fecha y el enlace a utilizar, que permita al estudiante preparar su espacio físico y dispositivos necesarios.

Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo del estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por el profesor.

5. Actividades y cronograma

Este cronograma es una guía de la distribución de los contenidos. Cada profesor esta en libertad de exponer los conceptos y realizar la práctica que considere necesaria, sin alterar los contenidos que debe cubrir en el curso.

Semana	Temas
Semana 1. 05/04 - 09/04	Ecuaciones diferenciales de primer orden: Concepto de ecuación diferencial, análisis cualitativo, existencia y unicidad de las soluciones en un intervalo apropiado. Métodos clásicos para resolver ecuaciones de primer orden: ecuaciones separables, ecuaciones exactas y reducibles a exactas.
Semana 2. 12/04 - 16/04	Ecuaciones diferenciales de primer orden: Métodos de cambio de variable y reducción de orden.
Semana 3. 19/04 - 23/04	Ecuaciones diferenciales de primer orden: aplicaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.
Semana 4. 26/04 - 30/04	Ecuaciones diferenciales de orden superior: Preliminares de números complejos. Ecuaciones de orden superior y sistemas de primer orden, ecuaciones lineales homogéneas, soluciones linealmente independientes, el Wronskiano.

Semana	Temas
Semana 5. 03/05 - 07/05	Ecuaciones diferenciales de orden superior: Ecuaciones lineales no homogéneas, determinación de una solución particular. Sistemas de ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Variación de parámetros. Hasta aquí los contenidos del I Parcial.
Semana 6. 10/05 - 14/05	Práctica I Parcial. I Parcial 13 de mayo.
Semana 7. 17/05 - 21/05	Teoremas de existencia y unicidad: Teorema de Picard. Reposición I Parcial.
Semana 8. 24/05 - 28/05	Teoremas de existencia y unicidad: Teorema de Peano.
Semana 9. 31/05 - 04/06	Teoremas de existencia y unicidad: Solución maximal.
Semana 10. 07/06 - 11/06	Ecuaciones lineales autónomas: Análisis matricial. Función exponencial de una matriz.
Semana 11. 14/06 - 18/06	Ecuaciones lineales autónomas: Sistemas lineales homogéneos y no homogéneos. Sistemas periódicos. Hasta aquí los contenidos del II Parcial.
Semana 12. 21/06 - 25/06	Práctica II Parcial. II Parcial 24 de junio.
Semana 13. 28/06 - 02/07	Transformada de Laplace: Definición de transformada de Laplace, propiedades elementales. Reposición II Parcial.
Semana 14. 05/07 - 09/07	Transformada de Laplace: Transformada inversa. Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante transformada de Laplace.
Semana 15. 12/07 - 16/07	Estabilidad de Lyapunov: Estabilidad lineal.
Semana 16. 19/07 - 23/07	Estabilidad de Lyapunov: Funciones de Lyapunov. Hasta aquí los contenidos del III Parcial.
Semana 17. 16/07 - 31/07	III Parcial 30 de julio 9:00 a.m.

6. Evaluación

La evaluación incluirá los siguientes rubros:

- Tareas y quices 20 %.
- I Parcial: 13 de mayo 20 %.
- II Parcial: 24 de junio 20 %.
- III Parcial: 30 de julio 20 %.
- Proyecto de investigación 20 %.

Si un estudiante no puede realizar alguna evaluación, la realización de una prueba de reposición está sujeta a lo dispuesto en el artículo 24 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica¹, el cual se cita a continuación:

Artículo 24. Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar una evaluación en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito. En caso de rechazo, esta decisión podrá ser apelada ante la dirección de la unidad académica en los cinco días hábiles posteriores a la notificación del rechazo, según lo establecido en este Reglamento.

La nota final del curso se determinará según se especifica en los artículos 25 y 28 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil de la Universidad de Costa Rica. Dicha nota se notifica a la Oficina de Registro e Información en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad. La calificación final de siete (7,0) es la mínima para aprobar un curso. En el caso de obtener un 6,0 o 6,5, el estudiante tiene derecho a realizar un exámen de ampliación. El estudiante que obtenga en la prueba de ampliación una nota de 7,0 o superior, tendrá una nota final de 7,0. En caso contrario, mantendrá 6,0 o 6,5, según corresponda.

7. Régimen disciplinario

En caso de detectarse fraude o plagio en las evaluaciones, se aplicará el Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica². Esta normativa establece como faltas muy graves:

¹Este reglamento se puede consultar en la página web http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf

²Este reglamento se puede consultar en la página web https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf

Artículo 4c. Hacerse suplantar o suplantar a otro en la realización de actividades que por su naturaleza debe ser realizada por el estudiante, ya sea prueba, examen, control de conocimientos o cualquier otra operación susceptible de ser evaluada.

Artículo 4k. Presentar como propia una obra intelectual elaborada por otra u otras personas, para cumplir con los requisitos de cursos, trabajos finales de graduación o actividades académicas similares.

Asimismo, es una falta grave:

Artículo 5c. Copiar de otro estudiante tareas, informes de laboratorio, trabajos de investigación o de cualquier otro tipo de actividad académica.

Dichas faltas se sancionan con una suspensión de la condición de estudiante, por un tiempo definido según el tipo de falta.

8. Referencias bibliográficas

Referencias

- [1] Boyce, W. E. & DiPrima, R. C. *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Tercera edición, Editorial Limusa, 1989.
- [2] Cambroner, S. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Notas del curso.
- [3] Coddington. E. A. & N. Levinson. *Theory of Ordinary Differential Equations*. McGraw-Hill, New York, 1955.
- [4] Hale, J.K. *Ordinary Differential Equations*. Krieger Pub. Co. 1980.
- [5] Perko, L. *Differential Equations and Dynamical Systems*. Springer - Verlag NY, 1991.
- [6] Sotomayor. *Lições de equações diferenciais ordinárias*. IMPA.
- [7] Varilly, J. *Ecuaciones diferenciales ordinarias*. Notas del curso. Pueden ser encontradas en <http://www.kerwa.ucr.ac.cr/handle/10669/29492>
- [8] Viana, M. & Espinar J. *Differential Equations: A Dynamical Systems Approach to Theory and Practice*. Versión preliminar puede ser encontrada en <http://edoimpa.br/Livro>.

9. Atención a estudiantes

– Profesora: Adriana Sánchez.

Correo electrónico: `adriana.sanchez_c@ucr.ac.cr`

Horario: J: 9:00 a 11:30.

Zoom-ID: 264 375 5784.