

Jornada de Álgebra y Aplicaciones



Programa y Resúmenes

Del 13 al 15 de diciembre 2023
San José, Costa Rica

paginas.cimpa.ucr.ac.cr/Algebra/index.php/es/

I JORNADA DE ÁLGEBRA Y APLICACIONES (IJAA)

13-15 DE DICIEMBRE, 2023



Comité Organizador

Dr. Alberto José Hernández Alvarado, CIMPA, Universidad de Costa Rica.
Dr. Oscar Armando Hernández Morales, Universidad de Oporto/Universidad de São Paulo.
MS.c. Damián Ochoa Hernández, Universidad de San Carlos de Guatemala.

Comité Científico

Dr. Alberto José Hernández Alvarado, Universidad de Costa Rica.
Dr. Oscar Armando Hernández Morales, Universidad de Oporto/Universidad de São Paulo.
Dr. Samuel António de Sousa Dias Lopes, Universidad de Oporto.
Dra. Andrea Solotar, Universidad de Buenos Aires.
Dra. Iryna Kashuba, SUSTech University, China.
Dr. Freddy Vides Romero, Universidad Nacional Autónoma de Honduras

Equipo Administrativo

María Luisa González Campos, Coordinadora
Felipe Escalante Guido, Nicole Guzmán Atencio, Juliana Valverde Brenes

Editor del Libro

Jorge Valverde Ramírez

Apoyo científico y organizativo

Alejandro Mairena, Jorge Valverde Ramírez

SAN JOSÉ, COSTA RICA

AGRADECIMIENTOS

El Centro de Investigación en Matemática Pura y Aplicada (CIMPA) de la Universidad de Costa Rica agradece a las siguientes instituciones y entidades que ayudaron e hicieron posible la realización de la I Jornada de Álgebra y Aplicaciones:

- Rectoría de la Universidad de Costa Rica.
- Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica.
- Vicerrectoría de Acción Social de la Universidad de Costa Rica.
- Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.
- Universidad de Oporto.
- Indiana University.
- Universidad de Ohio.
- Universidad de Caldas.
- Universidad Nacional Autónoma de Honduras.
- Universidad Nacional de Barranca.
- Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua - Managua.
- Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Universidad de Puerto Rico en Arecibo.
- Universidad de Puerto Rico, Río Piedras.
- Universidade de São Paulo.
- Universidad de San Carlos de Guatemala.
- Universidad de El Salvador.
- Universidad de Guanajuato.
- Universidad Centroamericana José Simeón Cañas.

Charlas

Charlas principales (60 minutos)

- Oldemar Rodríguez Rojas: Riemannian Statistics for Any Type of Data: The Symbolic Case
- Pedro Silva: Problemas algorítmicos para subconjuntos racionales de monoides inversos libres
- Saúl Blanco: Clases de permutaciones y extensión a permutaciones con signo
- Sergio López-Permouth: Todas las bases son creadas iguales, pero algunas son más iguales que otras

Charlas largas (40 minutos)

- Allan Lacy Mora: Dynatomic Galois groups for a family of quadratic rational maps
- David Krumm Cabezas: Especialización algorítmica de grupos de Galois sobre cuerpos de funciones
- Oswaldo Josué Sevilla Requeno: Superficies elípticas a partir de polígonos reflexivos
- Pedro Fernando Fernández Espinosa: Sucesiones de Números Enteros y Pares Excepcionales en Álgebras de Nakayama
- Ricardo Rodríguez: Estimación de parámetros, datos empíricos en Comayagua y redes neuronales de Quivers
- Ronald Zúñiga Rojas: Stratifications on the nilpotent cone of the moduli space of Hitchin pairs
- Samaria Montenegro Guzmán: Cuerpos diferenciales de diferencia y teoría de modelos
- Santiago Chaves Aguilar: Una introducción a la teoría geométrica de representaciones
- Victor Hugo López Solís: Sobre un problema de Nathan Jacobson para las álgebras de Malcev

Charlas cortas (25 minutos)

- Arnoldo Abraham Herrera Herrera: Algoritmización para la resolución de ecuaciones no lineales mediante la técnica de iteración variacional
- Arnoldo Abraham Herrera Herrera: Estudio de las Relaciones de Equivalencia en los distintos Dominios Numéricos con una y dos operaciones
- Carlos Molina Salazar: Recurrencias de sumas exponenciales de funciones Booleanas diedral simétricas
- Carlos Urrutia Milian: Grupos cíclicos sobre curvas elípticas
- Daniel Clemente Centeno Murcia: Criptografía basado en códigos
- José Emilio Calderón Gómez: Characterization of k -rotation symmetric Boolean functions and affine equivalence

- Luisantos Bonilla Mejía: Esteganografía a partir de códigos correctores
- Yoceman Adony Sifontes Rivas: Sobre grupos kleinianos y funciones continuas por pedazos

Charlas de estudiantes (10 minutos)

- Danna Odette Moreno Mendez: An Algebraic Approach to the Solutions of the Open Shop Scheduling Problem
- Néstor Fabián Bravo Hernández: Construcción algebraica de la Teoría de Juegos Cooperativos

Lista de contribuciones

Blanco, S.: Clases de permutaciones y extensión a permutaciones con signo	5
Bonilla, L.: Esteganografía a partir de códigos correctores	6
Bravo, N.: Construcción algebraica de la Teoría de Juegos Cooperativos	7
Calderón, J.: Characterization of k-rotation symmetric Boolean functions and affine equivalence	8
Centeno, D.: Criptografía basado en códigos	9
Chaves, S.: Una introducción a la teoría geométrica de representaciones	11
Fernández, P.: Sucesiones de Números Enteros y Pares Excepcionales en Álgebras de Nakayama	12
Herrera, A.: Algoritmización para la resolución de ecuaciones no lineales mediante la técnica de iteración variacional	14
Herrera, A.: Estudio de las Relaciones de Equivalencia en los distintos Dominios Numéricos con una y dos operaciones	15
Krumm, D.: Especialización algorítmica de grupos de Galois sobre cuerpos de funciones	16
Lacy, A.: Dynatomic Galois groups for a family of quadratic rational maps	17
López, S.: Todas las bases son creadas iguales, pero algunas son más iguales que otras	18
López, V.: Sobre un problema de Nathan Jacobson para las álgebras de Malcev	19
Molina, C.: Recurrencias de sumas exponenciales de funciones Booleanas diedral simétricas	20
Montenegro, S.: Cuerpos diferenciales de diferencia y teoría de modelos	21
Moreno, D.: An Algebraic Approach to the Solutions of the Open Shop Scheduling Problem	22
Rodríguez, O.: Riemannian Statistics for Any Type of Data: The Symbolic Case	24
Rodríguez, R.: Estimación de parámetros, datos empíricos en Comayagua y redes neuronales de Quivers	26
Sevilla, O.: Superficies elípticas a partir de polígonos reflexivos	28
Sifontes, Y.: Sobre grupos kleinianos y funciones continuas por pedazos	29
Silva, P.: Problemas algorítmicos para subconjuntos racionales de monoides inversos libres	31
Urrutia, C.: Grupos cíclicos sobre curvas elípticas	32
Zúñiga, R.: Stratifications on the nilpotent cone of the moduli space of Hitchin pairs	33

CLASES DE PERMUTACIONES Y EXTENSIÓN A PERMUTACIONES CON SIGNO

Charla principal (60 minutos)
*Saúl Blanco*¹ *Daniel Skora*
EE UU

Resumen: Dadas dos permutaciones $\sigma \in S_n$ y $\tau \in S_k$ con $k \leq n$, se dice que σ contiene τ si existe una sub-secuencia de σ de longitud k que tiene el mismo orden relativo que τ . Por ejemplo, 34125 contiene 231 dado que la sub-secuencia 341 tiene el mismo orden relativo que 231. Un conjunto \mathcal{C} de permutaciones de longitudes distintas se conoce como una *clase de permutaciones* si \mathcal{C} es cerrado bajo contención. Además, una *permutación con signo*, es una permutación w del conjunto $\{1; 2; \dots; n\}$ de $2n$ elementos con la propiedad que $w(i) = \pm i$ para $1 \leq i \leq n$. En esta charla discutiremos algunos resultados conocidos sobre la enumeración de clases de permutaciones y hablaremos de extensiones a permutaciones con signo.

Palabras clave: Clases de permutaciones, grupo simétrico, permutaciones con signo.

Referencias

¹sblancor@indiana.edu

ESTEGANOGRAFÍA A PARTIR DE CÓDIGOS CORRECTORES

Charla corta (25 minutos)

Luisantos Bonilla Mejía¹

El Salvador

Resumen: La esteganografía es el arte refinado de esconder mensajes dentro de otros medios u objetos, como en las sutilezas de una poesía o en los detalles de una pintura. Estos mensajes camuflados, tradicionalmente ocultos a la vista mediante ingenio y arte, se han transformado con la llegada de la era digital. Ahora, en vez de depender únicamente de la percepción humana, contamos con herramientas digitales que nos permiten esconder información en medios como imágenes, audios y videos. La intersección entre la esteganografía y la teoría de código marca un hito en la evolución de las comunicaciones seguras y discretas. Mientras que la esteganografía tradicionalmente ha enfocado sus esfuerzos en camuflar mensajes dentro de medios variados, la teoría de código aporta la robustez y precisión necesarias para garantizar que estos mensajes ocultos se transmitan y recuperen con integridad, incluso frente a posibles alteraciones o ruidos en el medio.

Palabras clave: Técnicas de Esteganografía en Imágenes/Audios/Videos, Herramientas de Esteganografía, Teoría del Código y Esteganografía, Códigos Correctores de Errores, Algoritmos de Corrección de Errores.

Referencias

- [1] Carlos Munuera. «Steganography from a Coding Theory Point of View». En: (feb. de 2013). doi: 10.1142/9789814335768_0003.
- [2] Carlos Munuera. «Hamming Codes for Wet Paper Steganography». En: Des. Codes Cryptography 76.1 (jul. de 2015), págs. 101-111. issn: 0925-1022. doi: 10.1007/s10623-014-9998-5//doi.org/10.1007/s10623-014-9998-5.
- [3] Vera Pless. Introduction to the Theory of Error-Correcting Codes. Vol. 48. John Wiley & Sons, 2011.

¹luisantos.bm@hotmail.com

CONSTRUCCIÓN ALGEBRAICA DE LA TEORÍA DE JUEGOS COOPERATIVOS

Charla de estudiante
Néstor Fabián Bravo Hernández
Francisco Sánchez Sánchez
México

Resumen: En la teoría de juegos cooperativos, se busca la forma de repartir de forma justa la ganancia obtenida debido a la cooperación de ciertos jugadores. Formalmente, se tiene una función de pago $v : S \rightarrow \mathbb{R}$ donde S representa al conjunto de posibles coaliciones entre jugadores (entiéndase como las estructuras cooperativas posibles). Mediante el estudio de las propiedades algebraicas de dichas funciones de pago, podemos deducir propiedades útiles para la repartición de utilidades. El objetivo de la charla es presentar la función potencial, mostrar su construcción algebraica y mostrar sus aplicaciones principales en teoría económica.

Palabras clave: Juegos Cooperativos, Función potencial, Funciones de pago, Economía.

Referencias

- [1] Hart, S. and A. Mas-Colell (1989): "Potential, Value, and Consistency," *Econometrica*, 57, 589–614.
- [2] Shapley, L. S. (1953): "A Value for n Person Games," in *Contributions to the Theory of Games*, ed. by R. Luce and A. Tucker, Princeton, NJ: Princeton University Press, vol. II.
- [3] Owen, G. (1972): "Multilinear extensions of games," *Management Science*, 18, 64–79.

¹Departamento de Matemáticas UG., nestor.bravo@cimat.mx

CHARACTERIZATION OF k -ROTATION SYMMETRIC BOOLEAN FUNCTIONS AND AFFINE EQUIVALENCE

Charlas cortas (25 minutos)

José Emilio Calderón Gómez² Carlos A. Molina Salazar
Luis A. Medina
Honduras

Resumen: Rotation symmetric Boolean functions were introduced by Pieprzyk and Qu in the late 1990's. They showed that these functions are useful, among other things, in the design of fast hashing algorithms with strong cryptographic properties. The concept of rotation symmetric Boolean functions has been generalized, in 2010 by Kavut and Yücel, to a class of functions known as k -rotation Boolean functions, where k divides n and n is the number of variables of the Boolean function. Analogous to the case of regular rotation symmetric Boolean functions, a monomial k -rotation Boolean function is called long cycle if the number of terms coincides with n/k and short k -cycle if the number of terms is less than n/k . In this work we characterize short k -cycles by providing specific generators for them. We also provide a count and some results on the affine equivalence of this type of functions.

Palabras clave: k -rotation monomial Boolean functions, short cycles, affine equivalence.

Referencias

- [1] Kavut, S., Yücel, D. (2010), "9-variable Boolean functions with nonlinearity 242 in the generalized rotation symmetric class", Information and Computation, Volume 208, Issue 4, Pages 341-350.
- [2] Cusick, T.W., Johns, B. (2015), "Theory of 2-rotation symmetric cubic Boolean functions", Des. Codes Cryptogr. 76, 113–133.
- [3] Cusick, T. W. and Cheon, Y. (2015), "Theory of 3-rotation symmetric cubic Boolean functions" Journal of Mathematical Cryptology, vol. 9, no. 1, 2015, pp. 45-62.
- [4] Calderón-Gómez, J. E., Medina, L., Molina-Salazar, C.A. (2023). "Short k -rotation symmetric Boolean functions", Discrete Applied Mathematics, Volume 343, 2024, Pages 49-64.

²University of Puerto Rico, Río Piedras, joseemilio.calderon@upr.edu

CRIPTOGRAFÍA BASADO EN CÓDIGOS

Charla corta (25 minutos)

Daniel Clemente Centeno Murcia Henry Chimal-Dzul
Colombia

Resumen: En el contexto actual, el uso de la criptografía es imperativo tanto a nivel personal como institucional debido a la importancia de los datos electrónicos. Sin embargo, encontrar primitivas criptográficas efectivas que puedan resistir ataques de criptoanálisis es un desafío significativo. La seguridad de los sistemas criptográficos de clave pública, que no requieren un intercambio inicial de secretos, se basa principalmente en dos problemas: la factorización y el logaritmo discreto. Cualquier avance en la resolución de estos problemas o en la computación cuántica podría tener un impacto significativo y transformar la situación actual.

La criptografía moderna se apoya en diversas técnicas para protegerse de posibles ataques de computadoras cuánticas. Estas técnicas incluyen la criptografía basada en códigos correctores [1], la criptografía basada en retículas, la criptografía multivariable y la criptografía basada en funciones hash. Uno de los hitos notables en esta área es el criptosistema propuesto por McEliece [2], que se basa en la teoría de códigos correctores y ha demostrado ser eficiente y resistente al criptoanálisis. Hasta la fecha, este sistema ha resistido todos los intentos de ataque.

Estos criptosistemas se basan en una función denominada "trapdoor one-way," donde la codificación de mensajes mediante transformaciones lineales es rápida y sencilla, pero la decodificación general es un problema NP-completo en términos de la métrica de Hamming [4]. La puerta trampa reside en la existencia de códigos específicos con algoritmos eficientes de decodificación. McEliece inicialmente propuso el uso de códigos Goppa binarios, que siguen siendo seguros. La desventaja principal de estos criptosistemas solía ser la longitud significativa de las claves, pero avances recientes han reducido la longitud de las claves mientras se mantiene un alto nivel de seguridad. Esto ha dado lugar a claves más compactas, conocidas como claves MDPC [3], que constan de alrededor de 4801 bits para alcanzar 80 bits de seguridad. Esto los hace comparables al clásico criptosistema RSA.

En esta charla, se abordará brevemente la historia de la criptografía, desde sus orígenes hasta la era moderna. Se hará hincapié en la criptografía basada en códigos, con un enfoque especial en el criptosistema McEliece, destacando la complejidad de estos códigos en el contexto de la criptografía. Además, se presentará una breve exposición sobre un código más reciente conocido como MDPC.

Palabras clave: Códigos Lineales, Criptografía Basada en Códigos, Criptosistema McEliece, MDPC (McEliece Public Key Cryptosystem).

Referencias

- [1] Shu Lin and Daniel J Costello Jr. Error control coding Library of Congress, 1983.
- [2] Robert J McEliece. A public-key cryptosystem based on algebraic coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1978, 114-116.

¹Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia, daniel.centeno@uptc.edu.co

²University of Notre Dame, Notre Dame 46556, IN, USA, hchimald@nd.edu

- [3] Rafael Misoczki, Jean-Pierre Tillich, Nicolas Sendrier, and Paulo SLM Barreto. *Low-density parity-check codes*. In *2013 IEEE international symposium on information theory*, IEEE, 2013, pp. 2069-2073.
- [4] Douglas R Stinson. *Cryptography: theory and practice*. Chapman and Hall/CRC, 2005.

UNA INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA GEOMÉTRICA DE REPRESENTACIONES

Charlas largas (40 minutos)

Santiago Chaves Aguilár

Costa Rica

Resumen: En 1980 Alexander Beilinson y Joseph Bernstein establecen el celebrado teorema de localización que establece una correspondencia entre la categoría de representaciones de un álgebra de Lie semisimple con un carácter infinitesimal dado, y la categoría de módulos sobre el haz de operadores diferenciales en la variedad de banderas G/B . En la práctica, este resultado permite traducir problemas del área de la teoría de representaciones al área de la geometría algebraica. En la presente charla explicaremos los aspectos generales de este teorema, y mostraremos algunas de sus aplicaciones clásicas, como una clasificación de módulos de Harish-Chandra irreducibles.

Palabras clave:

Referencias

[1] Riemannian, Statistics, Symbolic, UMAP, Topological, Data, Analysis.

¹shago.napo@gmail.com

SUCESIONES DE NÚMEROS ENTEROS Y PARES EXCEPCIONALES EN ÁLGEBRAS DE NAKAYAMA

Charla larga (40 minutos)

Pedro Fernando Fernández Espino¹

David Reynoso M

Colombia

Resumen: Las sucesiones excepcionales fueron introducidas por Gorodentsev y Rudakov en [6] para estudiar haces vectoriales sobre \mathbb{P}^2 en el contexto de álgebras de dimensión finita por Crawley-Boevey en [5] y por C.M. Ringel en [14] allí ellos definieron sucesiones excepcionales para álgebras de caminos asociadas a carcajes sin ciclos como una sucesión de representaciones de una longitud dada y que satisficiera ciertas propiedades homológicas.

Recientemente las sucesiones excepcionales han sido estudiadas en diferentes contextos, por ejemplo en 2010, K. Igusa y R. Schif er en [8] presentaron algunas relaciones entre estas sucesiones y las álgebras de conglomerado. Del mismo modo, en 2018 A. Buan y B. Marsh [3] introdujeron las nociones de sucesiones μ -excepcionales y sucesiones excepcionales signadas para cualquier álgebra de dimensión finita dando paso a un gran número de trabajos en esta área desde el punto de vista combinatorio (ver: [1, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 17, 18, 19]) entre otros.

En esta charla mostraremos como algunas propiedades combinatorias y homológicas pueden ser usadas para describir y enumerar los pares excepcionales (sucesiones excepcionales de longitud dos) en álgebras de Nakayama.

Esta charla hace parte de un trabajo en progreso realizado en conjunto con David Reynoso M. de la Universidad de Antioquia.

Palabras clave: Álgebras de Nakayama, Sucesiones de Números Enteros, Sucesiones Excepcionales.

Referencias

- [1] T. Araya. Exceptional Sequences over path algebras of type A and Non-crossing Spanning Trees, *Algebras and Representation Theory* 16 (2013), pp. 239-250.
- [2] A. I. Bondal y M. M. Kapranov, Representable functors, Serre functors and reconstructions, *Acta Acad. Nauk SSSR Ser. Matem.* 53 (1989), no. 6, pp. 519-541
- [3] A. B. Buan, R. Marsh. μ -exceptional sequences, *arXiv:0904.2831v2* (2018) pp. 1-24.
- [4] E. Carrick and A. Garver, Combinatorics of type D exceptional sequences, *Algebr. Represent. Theory* 26 (2023), no. 1, 181–206.

¹Departamento de Matemáticas, Universidad de Caldas, pedro.fernandez@ucaldas.edu.co

- [5] W. Crawley-Boevey, Exceptional sequences of representations of quivers, Proceedings of ICRA VII (1992) Carleton-Ottawa Math. LNS Vol. 14, pp. 117-124.
- [6] A. L. Gorodentsev y A. N. Rudakov, Exceptional vector bundles on projective spaces, Math. J. 54 (1987), pp. 115-130.
- [7] K. Igusa, E. Sen, Exceptional sequences and rooted labeled forests, arXiv:2108.11351
- [8] K. Igusa, R. Schif er. Exceptional sequences and clusters, Journal of Algebra 323 (2010), pp. 2183-2202.
- [9] K. Igusa, Probability distribution for exceptional sequences of type A_n , arXiv preprint: 2112.04996 2021
- [10] K. Igusa, R. Maresca, On Clusters and Exceptional Sets in Type A , arXiv preprint: 2209.12326, 2022
- [11] D. Msapato. Counting the Number of Exceptional Sequences over Nakayama Algebras, Algebra Representation Theory 25, (2022), pp. 1071-1105.
- [12] N.J.A. Sloane, On-Line Encyclopedia of Integer Sequences, Vol. <http://oeis.org/A004320>, The OEIS Foundation.
- [13] M. Obaid, K. Nauman, W. S. M. Al-Shammakh, W. Fakieh y C. M. Ringel, The number of complete exceptional sequences for a Dynkin algebra, Colloq. Math, 133(2013), no. 2, pp. 197-210.
- [14] C. M. Ringel, The braid group action on the set of exceptional sequences of a hereditary Artin algebra. (Abelian group theory and related topics, Oberwolfach, 1993), temp. Math 171 (1994), Amer. Math. Soc
- [15] A. N. Rudakov, Exceptional collections, mutations and helices, Helices and vector bundles, part-6, don Math. Soc Lecture Note Ser. 148 (1990), Cambridge Univ. Press, Cambridge.
- [16] R. Schif er. Quiver representation, CMS Books in Mathematics, Springer Switzerland, 2014.
- [17] U. Seidel. Exceptional Sequences for Quivers of Dynkin Type, Communications in Algebra 29:3, (2001), pp. 1373-1386
- [18] E. Sen, Weak exceptional sequences, Quaest. Math (2021), no. 9, 1155–1171.
- [19] E. Sen, Exceptional sequences and idempotent functions, Rocky Mountain J. Math (2021), no. 3, 1027

ALGORITMIZACIÓN PARA LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES NO LINEALES MEDIANTE LA TÉCNICA DE ITERACIÓN VARIACIONAL

Charla corta (25 minutos)

Arnoldo Abraham Herrera Herrera¹
Nicaragua

Resumen: Este trabajo aborda la técnica iteración variacional que es un método iterativo para resolver ecuaciones no lineales de la forma $f(x) = 0$. En este sentido, el objetivo principal es generar nuevos algoritmos y esquemas iterativos que permitan obtener nuevas fórmulas y métodos iterativos. Se crean nuevas fórmulas mediante procedimientos matemáticos basados en las variantes del método de Newton y las técnicas de iteración variacional. Además, se expresan los desarrollos constructivos de los principales esquemas iterativos. Se obtienen los principales esquemas iterativos de cada método mediante la deducción de su construcción, así como el análisis de convergencia mediante la aplicación computacional en el lenguaje de programación Python. Se ejemplifican y se calculan raíces de ecuaciones no lineales de algunas funciones bases, utilizadas en los artículos científicos consultados, las cuales tienen características de ser continuas y diferenciables. Por otra parte, se realiza una comparación entre algunos de los algoritmos existentes y los diseñados en esta investigación, utilizando los criterios de máximo y mínimo número de evaluaciones funcionales. Dichos aspectos son piezas fundamentales para la validez de los nuevos algoritmos. Según los resultados obtenidos después de las diversas comparaciones, los algoritmos presentan un excelente funcionamiento con respecto a los existentes en la literatura sobre esta área de conocimiento.

Palabras clave: iteración, variacional, convergencia, comparación.

Referencias

- [1] Inokuti, M., Sekine, H., & Mura, T. (1978). General Use of the Lagrange Multiplier in Nonlinear Mathematical Physics. *Nemat-Nasser*, pp. 156-162.
- [2] Melan, A. (1997). Geometry and Convergence of Euler's and Halley's Methods. *SIAM*, 728-735.
- [3] Noor, K., & Noor, M. (2007). Iterative methods with fourth-order convergence for nonlinear equations. *Appl. Math. Comput*, 221-227.
- [4] Noor, M., Shah, F., Noor, K., & Al-Said, E. (2011). Variational iteration technique for finding multiple roots of nonlinear equations. *Sci. Res. Essays*, 1344–1350.
- [5] Severance, C. (2020). *Python para todos. Explorando la información con Python 3*. MI, USA: Ann Arbor.

¹Doctor en Matemática Aplicada, UNAN – Managua, Nicaragua, arnoldo.herrera@unan.edu.ni

ESTUDIO DE LAS RELACIONES DE EQUIVALENCIA EN LOS DISTINTOS DOMINIOS NUMÉRICOS CON UNA Y DOS OPERACIONES

Charla corta (25 minutos)

Arnoldo Abraham Herrera Herrera¹ Nicaragua

Resumen: Este trabajo aborda el estudio de las relaciones de equivalencia en los distintos dominios numéricos que involucran una y dos operaciones. Es conocido que las relaciones de equivalencia desempeñan un papel esencial en el análisis y estudio de los conjuntos numéricos, a su vez permiten establecer conexiones entre elementos dentro de un conjunto dado. El objetivo principal de este estudio es proporcionar una comprensión profunda de las relaciones de equivalencias en la construcción de diversos dominios (N ; Z ; Q ; R), asimismo examinar cómo inuyen en su estructura y en sus propiedades. Se explorarán las definiciones y aplicaciones de estas relaciones de equivalencia, y se investiga las implicaciones que tienen en la demostración de distintos teoremas. Por otra parte, a través de este análisis, se busca contribuir al avance de la teoría de conjuntos numéricos, brindando herramientas conceptuales útiles para el estudio de estos dominios. También se espera que este artículo proporcione una base sólida para futuras investigaciones en el campo de las relaciones de equivalencias dentro de los distintos dominios numéricos, promoviendo así un mayor entendimiento de cada estructura y las propiedades de estos sistemas matemáticos fundamentales.

Palabras clave: relaciones de equivalencia, dominios numéricos, estructura, operaciones.

Referencias

[1]

¹Doctor en Matemática Aplicada, UNAN – Managua, Nicaragua, arnoldo.herrera@unan.edu.ni

ESPECIALIZACIÓN ALGORÍTMICA DE GRUPOS DE GALOIS SOBRE CUERPOS DE FUNCIONES

Charla larga (40 minutos)

David Krumm Cabezás

Allan Lacy Nicole Sutherland

Costa Rica

Resumen: Dado un recubrimiento de Galois de la recta proyectiva sobre el cuerpo de números racionales, podemos considerar las especializaciones del grupo de Galois del recubrimiento, denotado por G , en todos los puntos racionales de P^1 . Los grupos G_s construidos de esta manera son todos subgrupos de G , y el teorema de irreducibilidad de Hilbert garantiza que casi todos los G_s son iguales a G . En esta charla discutiremos un algoritmo, y su implementación en el sistema MAGMA, para determinar los subgrupos propios de G que aparecen en este proceso de especialización. El algoritmo tiene diversas aplicaciones en áreas cercanas a la teoría algebraica de números, y algunas de estas serán presentadas en la exposición de Allan Lacy.

Palabras clave:

Referencias

¹david.krumm@gmail.com

DYNATOMIC GALOIS GROUPS FOR A FAMILY OF QUADRATIC RATIONAL MAPS

Charla larga (40 minutos)

Allan Lacy Mora

Costa Rica

Resumen: For every nonconstant rational function $Q(x)$, the Galois groups of the dynatomic polynomials of Q encode various properties of Q that are of interest in the subject of arithmetic dynamics. We study here the structure of these Galois groups $G_n(Q)$ varies in a particular one-parameter family of maps, namely the quadratic rational maps having a critical point of period 2. In particular, we provide explicit descriptions of the third and fourth dynatomic Galois groups for maps in this family. This is joint work with David Krumm.

Palabras clave:

Referencias

TODAS LAS BASES SON CREADAS IGUALES, PERO ALGUNAS SON
MÁS IGUALES QUE OTRAS
Charla principal (60 minutos)
Sergio López-Permouth
EEUU

Resumen: Una máxima recurrente en nuestros estudios de Álgebra Lineal es que los beneficios y la conveniencia ganados al escoger una base para un espacio vectorial, para trabajar con las coordenadas de sus elementos y con las matrices que representan sus transformaciones lineales, son iguales sin depender de cual base se esté usando. Todas las bases, desde ese punto de vista, son creadas iguales. En esta charla nos concentramos en un tipo de construcción de módulos sobre álgebras arbitrarias que, cuando funciona produce extensiones de módulos de dimensión infinita. Que la construcción funcione o no depende de la base que se escoja. Nos referimos a aquellas bases que funcionan bien como bases dispuestas. Un primer ejemplo natural es cuando el módulo a considerarse es el álgebra misma. De hecho, gran parte de nuestra investigación hasta este momento se ha concentrado en el álgebra de dimensión infinita de polinomios de una sola variable. Veremos que la propiedad de estar dispuesta sirve para clasificar las bases en términos de propiedades aledañas que puede expresarse en términos del tipo de relaciones entre bases inducidas por las propiedades de las matrices de cambio de base.

Palabras clave:

Referencias

¹Profesor del Dpto. Matemáticas y Director del Centro de Teoría de Anillos y sus Aplicaciones (CRA) Universidad de Ohio

SOBRE UN PROBLEMA DE NATHAN JACOBSON PARA LAS
ÁLGEBRAS DE MALCEV
 Charla larga (40 minutos)
 Victor Hugo López Solís
 Perú

Resumen: En este trabajo resolvemos un problema para una cierta clase de álgebras de Malcev, que es un análogo de un longevo problema propuesto por Nathan Jacobson para las álgebras alternativas (ver [13]). Específicamente, probamos un teorema de coordinatización para una clase de álgebras de Malcev que contienen el álgebra de Lie simple tridimensional $\mathfrak{sl}_2(F)$ tal que $\text{char}(F) \neq 2, 3$ para cualquier F . Asimismo, eliminamos la última condición y describimos la estructura de la misma clase de álgebras de Malcev M que contienen $\mathfrak{sl}_2(F)$.

Palabras clave: Álgebras de Malcev, Kronecker factorization theorem, 3-dimensional simple Lie algebra.

Referencias

- [1] G.M. Benkart, J.M. Osborn, Representations of rank one Lie algebras of characteristic p . Lie algebras and Related Topics Conference, New Brunswick 1981. Proceedings, Lecture Notes in Math. 933, Springer-Verlag (1982), 1-37.
- [2] Carlsson, R. Malcev-moduln. J. Reine Angew. Math. 281 (1976), 199–210.
- [3] Carlsson, R. The first Whitehead Lemma for Malcev algebras. Proc. Amer. Math. Soc. 58 (1976), 79–84.
- [4] Elduque, A. On Malcev modules. Comm. Algebra 18 (1990), 1551–1561.
- [5] A. Elduque, I. P. Shestakov, On Malcev superalgebras with trivial Lie nucleus, Nova J. Algebra Geom., 2 (1993), 361-366.
- [6] Elduque, A. On a class of Malcev superalgebras. J. Algebra 173 (1995) no. 2, 237–252.
- [7] Elduque, A., Shestakov, I. Irreducible non-Lie modules for Malcev superalgebras, J. Algebra 173 (1995) 622–637.
- [8] V. T. Filippov, Nilpotent ideals of Mal'tsev algebras, Algebra and Logic 18 (1979), 379-389.
- [9] V. T. Filippov, Finitely generated Mal'tsev algebras, Algebra and Logic 19 (1980), 480-499.
- [10] V. T. Filippov, Varieties of Mal'tsev algebras. Algebra and Logic 20 (1981) no 3, 200-210.
- [11] V. T. Filippov, Prime Malcev algebras, Mat. Zametki 31 (1982), 669-677; English transl. in Math. Notes 31 (1982). 13 a 15 de diciembre de 2023 - CIMPA I Jornada de Álgebra y Aplicaciones 2023

¹Universidad Nacional de Barranca - vlopez@unab.edu.pe

RECURRENCIAS DE SUMAS EXPONENCIALES DE FUNCIONES BOOLEANAS DIEDRAL SIMÉTRICAS

Charla corta (25 minutos)

Carlos A. Molina Salazar¹ José E. Calderón Gómez²
Luis A. Medina³
Puerto Rico

Resumen/Abstract: En [2], Pieprzyk y Qu introdujeron las funciones Booleanas rotacional simétricas. Ellos demostraron que estas funciones tienen implementaciones criptográficas eficientes y seguras. En los últimos años, funciones de una subclase de funciones Booleanas rotacional simétricas se han encontrado en ejemplos de funciones Booleanas que exceden la cota de concatenación de Bent para un número impar de variables. Los miembros de esta subclase de funciones Booleanas rotacional simétricas se conocen como funciones Booleanas diedral simétricas. Estas últimas son útiles, entre otras cosas, en el diseño de algoritmos con fuertes propiedades criptográficas. En [1], Cusick demostró que las sucesiones de los pesos de Hamming de las funciones Booleanas rotacional simétricas satisfacen recurrencias lineales, por consiguiente, también las sucesiones de sumas exponenciales. Dado que una función Booleana diedral simétrica es también rotacional simétrica, las sucesiones de sumas exponenciales de las primeras también satisfacen recurrencias lineales.

En esta presentación mostramos un estudio de sumas exponenciales de funciones Booleanas que son un monomio diedral simétrico. En particular, damos una representación explícita de los generadores de ciclos cortos de funciones Booleanas que son un monomio diedral simétrico y un método para encontrar las recurrencias que satisfacen las sucesiones de sumas exponenciales de algunas familias de funciones Booleanas diedral simétricas.

Palabras clave: Sumas exponenciales, recurrencias lineales, funciones Booleanas rotacional simétricas, funciones Booleanas diedral simétricas.

Referencias

- [1] CUSICK, T. Weight recursions for any rotation symmetric Boolean function. *Transactions on Information Theory* 64(4) (2018) 2962–2968.
- [2] PIEPRZYK, J.; QU, C. Fast testing and rotation-symmetric functions. *Journal of Universal Computer Science* 5(1) (1999) 20–31.
- [3] MOLINA, C. Generators of monomial rotation symmetric Boolean functions and a characterization of monomial dihedral symmetric Boolean functions. Ph.D. Thesis, University of Puerto Rico, Río Piedras Campus 2023.

¹Universidad de Puerto Rico en Arecibo, carlos.molina2@upr.edu

²Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, joseemilio.calderon@upr.edu

³Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, luis.medina@upr.edu

CUERPOS DIFERENCIALES DE DIFERENCIA Y TEORÍA DE MODELOS

Charla larga (40 minutos)

Samaria Montenegro Guzmán

Zoe Chatzidakis Ronald Bustamante
Costa Rica

Resumen: La Teoría de Modelos es un área de la Lógica Matemática que tiene fuertes interacciones con otras áreas de las matemáticas, tales como álgebra, geometría y teoría de números. En esta charla estamos interesados en los cuerpos diferenciales de diferencia pero desde un punto de vista de la Teoría de Modelos. Un cuerpo diferencial es un cuerpo con un conjunto de derivadas que conmutan y un cuerpo diferencial de diferencia es un cuerpo diferencial equipado con un automorfismo que conmuta con las derivadas. Los estudios modelo teóricos de estos cuerpos empezaron con Abraham Robinson y Lenore Blum para el caso de una derivada y continuaron con Tracey McGrail para el caso general. Ellos en particular mostraron que es posible axiomatizar la clase de cuerpos diferenciales de diferencia que tienen soluciones de ciertos sistemas de ecuaciones en alguna extensión, definiendo de esta forma la teoría DCFmA. Esta teoría, desde el punto de vista modelo teórico tiene agradables propiedades geométricas. En la charla se expondrán las principales propiedades modelo teóricas de esta teoría y sus relación con propiedades algebraicas. Al final hablaré un poco sobre resultados recientes obtenidos junto con Zoé Chatzidakis y Ronald Bustamante sobre grupos definibles en estos cuerpos.

Palabras clave: Cuerpos diferenciales, cuerpos de diferencia, teoría de modelos, lógica.

Referencias

¹samaria.montenegroguzman@ucr.ac.cr

AN ALGEBRAIC APPROACH TO THE SOLUTIONS OF THE OPEN SHOP SCHEDULING PROBLEM

Charla de estudiante (10 minutos)

Danna Odette Moreno Mendez¹ Agustin Moreno Cañadás²
 Juan Carlos Riaño Roja³ Juan David Hormaza Pantofla⁴
 Sede Manizales

Resumen: The open shop scheduling problem (OSSP) is one of the scheduling problems. It consists of scheduling a set of jobs J_1, \dots, J_n , where for each job J_i has a set of operations O_{ij} with $1 \leq j \leq m$ developed by a set of different machines M_1, \dots, M_m . The operation O_{ij} is processed by machine M_j . In this case, each machine processes at most one operation at a time and the job processing order on the machines does not matter. The goal is to determine the completion times of the operations processed on the machines to minimize the largest job completion time called C_{max} . It was found a never seen before connection between the Open Shop Scheduling problem and the Brauer con guration algebras.

From the generation of instances for the OSSP we can display multisets, this objects allow us to construct path algebras called Brauer con guration algebras whose representation theory (particularly its dimension and the dimension of its center) can be given by using the corresponding value.

It has also been proved that the dimension of the centers of Brauer con guration algebras associated with OSSPs with minimal C_{max} are congruent modulo the number of machines.

Palabras clave: Brauer con guration algebra, open shop scheduling problem, quiver representation

Referencias

- [1] Grinshpoun, T.; Ilani, H.; Shufan, E. The representation of partially-concurrent open shop problems. *Ann Oper Res* 2017, 252, 455-469.
- [2] Cankaya, B.; Wari, E.; Eren Tokgoz, B. Practical approaches to chemical tanker scheduling in ports: A case study on the port of houston. *M aritEcon Logist* 2019, 21, 559-575.
- [3] Fei, H.; Meskens, N.; Combes, C.; Chu. The endoscopy scheduling problem: A case study with two specialised operating rooms. *I nternational Journal of Production Economics* 2009, 120 (2), 452-462.
- [4] Ahmadian, M. M.; Khatami, M.; Salehipour, A.; Cheng, T. C. E. Four decades of research on the open-shop scheduling problem to minimize the makespan. *European Journal of Operational Research* 2021, 295 (2), 399-426.

¹Universidad Nacional de Colombia, dmorenomo@unal.edu.co

²Universidad Nacional de Colombia, amorenoca@unal.edu.co

³Universidad Nacional de Colombia, jcriano@unal.edu.co

⁴Universidad Nacional de Colombia, dmorenomo@unal.edu.co

- [5] Woeginger, G. J. The open shop scheduling problem. 35th Symposium on Theoretical Aspects of Computer Science (STACS 2018). Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum fuer Informatik 2018.
- [6] Gonzalez, T.; Sahni, S. Open shop scheduling to minimize finish time. *JACM* 1976, 23 (4), 665-679.
- [7] Dell'Amico, M.; Martello, S. Open shop, satellite communication and a theorem by Egervary (1931). *Operations Research Letters* 1996, 18 (5), 207-211.
- [8] Lawler, E. L.; Lenstra, J. K.; Kan, A. H. R.; Shmoys, D. B. Sequencing and scheduling: Algorithms and complexity. *Handbooks in operations research and management science* 1993, 4, 445-522.
- [9] Sevastianov, S. V.; Woeginger, G. J. Makespan minimization in open shops: A polynomial time approximation scheme. *Mathematical Programming* 1998, 82 (1), 191-198.
- [10] Fiala, T. An algorithm for the open-shop problem. *Mathematics of Operations Research* 1983, 8 (1), 100-109.
- [11] Tautenhahn, T. Scheduling Unit-Time Open Shops with Deadlines. *Operations Research* 1994, 42 (1), 189-192
- [12] Taillard, E. Benchmarks for basic scheduling problems. *European Journal of Operational Research* 1993, 64 (2), 278-285.
- [13] Brucker, P.; Sotskov, Y.N.; Werner, F. Complexity of shop-scheduling problems with fixed number of jobs: a survey. *Math Meth Oper Res* 2007, 65, 461-481
- [14] Pinedo, M; Schrage, L. Stochastic Shop Scheduling: A Survey. In: Dempster, M.A.H., Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G. (eds) *Deterministic and Stochastic Scheduling*. NATO Advanced Study Institutes Series, Springer, Dordrecht, 1982.
- [15] de Werra, D. Graph-theoretical models for preemptive scheduling. In: R. Slowinski, J. Weglarz (Eds), *Advances in project scheduling*, Elsevier, Amsterdam, 1989.
- [16] Soper, A.J. A cyclical search for the two machine flow shop and open shop to minimize finishing time. *J Sched* 2015, 18, 311-314.
- [17] Huang, Y.-M.; Lin, J.C. A new base colony optimization algorithm with idle-time based filtering scheme for open shop-scheduling problems. *Expert Systems* 2011, 38 (5), 5438-5447.
- [18] Tellache, N.E.H; Boudhar, M. Open shop scheduling problems with conflict graphs. *Discrete Applied Mathematics* 2017, 227, 103-120.
- [19] Green, E.L.; Schroll, S. Brauer con guration algebras: A generalization of Brauer graph algebras. *Bull. Sci. Math.* 2017, 121, 539-572.
- [20] Schroll, S. Brauer Graph Algebras, In: Assem I., Trepode S. (Eds), *Homological Methods, Representation Theory, and Cluster Algebras*, CRM Short Courses, Springer: Cham, 2018, 177-223.
- [21] Cañadas, A.M.; Ballester-Bolinches, A.; Gaviria, I.D.M. Solutions of the Yang-Baxter equation arising from Brauer con guration algebras. *Computation* 2022, 11 (1), 1-17.
- [22] Cañadas, A.M.; Rios, G.B.; Serna, Robinson-Julian. Snake graphs arising from groves with an application in coding theory. *Computation* 2022, 10 (124), 1-17.

RIEMANNIAN STATISTICS FOR ANY TYPE OF DATA: THE SYMBOLIC CASE

Charla principal (60 minutos)

Oldemar Rodríguez Rojas¹

Costa Rica

Resumen: This talk introduces a new approach to tackle statistics and data analysis, assuming that the data reside on a Riemannian Manifold rather than in Euclidean space, as is typically done. The inherent challenge in defining statistical methods on Riemannian manifolds is the absence of vector space operations such as addition and scalar product.

In [6], the authors had proposed the idea of analyzing data on Riemannian manifolds through the use of geometry. This concept works particularly well when analyzing data derived from images, such as medical images, where the intrinsic Riemannian manifold structure is evident. However, this idea is not readily applicable to general data where there are no implicit notions of local distance.

This conference will present a proposal that allows the generalization of Riemannian Statistics for any type of data. The idea is to provide local metrics to the data using the UMAP method (Uniform Manifold Approximation and Projection). By employing Simplicial Complexes, Čech Complexes, and the Nerve Theorem, we will endow the data table with a topological space structure. We will demonstrate the existence of a homeomorphism between this topological space and the vector space of the data, enabling us to leverage topology's advantages for analyzing shapes and patterns in the data, rather than just distances, as is customary in Euclidean geometry.

We will also explore how the use of Riemannian Statistics based on the UMAP method significantly enhances some Symbolic Data Analysis methods. For example, Principal Component Analysis for interval-type variables, where objects that themselves form a data cluster with a local notion of distance are typically projected. Finally, we will show some implementations of the proposed methods in both R and Python.

Palabras clave: Riemannian, Statistics, Symbolic, UMAP, Topological, Data, Analysis.

Referencias

- [1] Arce, J. and Rodríguez, O. (2019). Optimized dimensionality reduction methods for intervalvalued variables and their application to facial recognition. *Entropy 2019 Volume 21*, Issue 10. <https://doi.org/10.3390/e21101016>
- [2] Cazes, P., Chouakria, A., Diday, E., and Schektman, Y. (1997). Extension de l'analyse en composantes principales à des données de type intervalle. *Revue de Statistique Appliquée XLV* 3, 5–24.
- [3] Laurens Van der Maaten, L. and Hinton, G. (2008). Visualizing Data using t-SNE. *Journal of Machine Learning Research 9*, 2579-2605. <http://jmlr.org/papers/v9/vandermaaten08a.html>

¹University of Costa Rica, CIMPA and Math School, oldemar.rodriguez@ucr.ac.cr

-
- [4] McInnes, L., Healy, J., and Melville, J. (2018). UMAP: Uniform Manifold Approximation and Projection for Dimension Reduction. *cite arxiv: 1802.03426 Comment: Reference implementation available at* <http://github.com/lmcinnes/umap/> 16, 352–357. <http://arxiv.org/abs/1802.03426>
- [5] Oudot S. (2015). Persistence Theory: *From Quiver Representations to Data Analysis*. American Mathematical Society. Providence, Rhode Island. <http://dx.doi.org/10.1090/surv/209>
- [6] Pennec X. Sommer S. and Fletcher T. (Eds). (2020). *Riemannian Geometric Statistics in Medical Image Analysis*. Academic Press, Elsevier.
- [7] Rabadán R. and Blumberg A. (2020). *Topological Data Analysis for Ergonomics and Evolution*. Cambridge University Press.
- [8] Rodríguez, O. (2023). RSDA: R to Symbolic Data Analysis R package version 3.1.0 <https://CRAN.R-project.org/package=RSDA>

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS, DATOS EMPÍRICOS EN COMAYAGUA Y REDES NEURONALES DE QUIVERS

Charla larga (40 minutos)

Ricardo Rodríguez¹

Antonio Isain Meza Jorge Adalberto Flores
Honduras

Resumen Primero hacemos una exploración descriptiva sobre la base de datos conteniendo variables sobre una población de estudiantes regional, a la cual se le aplica una CTGAN para respetar la confidencialidad individual, analizando pruebas de hipótesis pertinentes a las distribuciones de las variables. Luego construimos modelos (intentando detectar predictores para el rendimiento académico, entre otros cruces) con capas neurales sobre la muestra y notamos que asociado con la red neuronal existe un Quiver correspondiente. Esto abre un nuevo marco teórico para el estudio de redes neuronales desde el punto de vista de las representaciones $(fR^{d_i}g; fM_i \in R^{d_i, d_i}g)$ sobre Quivers. Sobre los nodos del Quiver se hacen actuar las activaciones no lineales (las que están asociadas con la expresividad de las redes neuronales).

En este punto queda definida una red neuronal de Quiver si distinguimos un nodo especial denominado *sesgo* sometido a ser una fuente de dimensión 1 conectado con todos los nodos ocultos (no fuentes ni sumideros) y con los sumideros pero no con las fuentes, (la representación dada por el vector de dimensiones $(d_1; \dots)$ y el vector de matrices $(M_i; \dots)$ junto con el vector de activaciones $(v_1; \dots)$). Acto seguido estudiamos la relación matemática entre las activaciones de reescalado $(v) = (v)v$, en particular las radiales con $(v) = h(kvk) = kvk$ (las que están definidas para cierta función h) y algoritmos de compresión mediante factorización QR, además el impacto de la compresión sobre la función de alimentación hacia adelante $F(x) = (F_i(x))_i$ con $i \in$ sumideros, definida por recursión $F_i = \sum_{j \in i} W_{e_j} F_j$; cuando la suma recorre las flechas entrando en el nodo i para cierto orden topológico sobre los vértices que se descomponen como union disjunta $fig = \mathbf{fuentes} \cup \mathbf{ocultos} \cup \mathbf{sumideros} \cup \mathbf{sesgo}$.

Palabras clave: Hipótesis, datos empíricos, multilayer perceptron, quivers, redes neuronales.

Referencias

- [1] Simson, D. (2006). *Elements of the Representation Theory of Associative Algebras*. Cambridge University Press.
- [2] Herstein, I. N. (1968). *Noncommutative Rings*. Mathematical Association of America.
- [3] Armenta, M. A., Jodoin, P.-M. (2020). *The Representation Theory of Neural Networks*. arXiv.
- [4] Brunton, S. L., Kutz, J. N. (2022). *Data-Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems, and Control* (3rd ed.). Cambridge University Press.

¹UNAH - REGION CENTRAL, rrodriguez@unah.edu.hn

- [5] Raschka, S., Mirjalili, V. (2019). *Python Machine Learning: Machine Learning and Deep Learning with Python, scikit-learn, and TensorFlow 2* (3rd ed.). Packt Publishing.

SUPERFICIES ELÍPTICAS A PARTIR DE POLÍGONOS REFLEXIVOS

Charla larga (40 minutos)

Oswaldo Josué Sevilla Requeno¹

Honduras

Resumen: Las fibraciones elípticas son un hermoso tema geométrico a la vez que son una herramienta para el estudio de variedades algebraicas. Las superficies elípticas son superficies que poseen una fibración elíptica.

Las variedades Calabi-Yau son una generalización en dimensiones superiores de las curvas elípticas, que está dada por condiciones en los grupos correspondientes a la descomposición de Hodge de su cohomología. Las variedades Calabi-Yau en dimensión 2 son conocidas como superficies K3.

Las fibraciones elípticas permiten obtener información geométrica a partir de la información en el grupo asociado a la familia de curvas elípticas, el llamado grupo de Mordell-Weil. El grupo de Mordell-Weil de una fibración elíptica tiene por elementos las secciones de una fibración y obtiene su estructura de grupo a partir de la estructura de grupo de cada fibra. Particularmente, existe una relación entre el número de Picard de una superficie que posee una fibración elíptica y el rango de Mordell-Weil de la fibración, llamada la ecuación de Shioda-Tate. Esta ecuación es una maravillosa relación entre propiedades aritméticas y geométricas presentes en una variedad algebraica.

Usando los métodos de uno de los trabajos más famosos de V. Batyrev ([1]), se pueden construir variedades Calabi-Yau como hipersuperficies de variedades tóricas ² partiendo de politopos enteros que poseen la propiedad de ser reflexivos. Esta construcción de variedades Calabi-Yau en particular permite construir pinceles elípticos en superficies tóricas y de ahí construir las correspondientes superficies elípticas racionales. Hablaremos de algunas construcciones y de su relación con estudio de superficies K3.

Palabras clave: Variedades tóricas, curvas elípticas, politopos reflexivos.

Referencias

- [1] V. Batyrev, Dual Polyhedra and Mirror Symmetry for Calabi-Yau Hypersurfaces in Toric Varieties, *Journal of Algebraic Geometry*, 3, 1994
- [2] W. Fulton, Introduction to toric varieties, *Annals of mathematics studies*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1993

¹Universidad Nacional Autónoma de Honduras, osevilla@unah.edu.hn

²para referencia de variedades tóricas véase [2]

SOBRE GRUPOS KLEINIANOS Y FUNCIONES CONTINUAS POR PEDAZOS

Charla corta (25 minutos)

Yoceman Sifontes¹ Dimas Noé Tejada Tejada²
El Salvador

Resumen:

- En [BS1] se establece: dado un grupo fuchsiano finitamente generado que actúa en el disco de Poincaré \mathbb{D} , los autores describen una función continua por pedazos f definida en la frontera ideal $\partial\mathbb{D} = S^1$, que refleja las propiedades dinámicas de la acción del grupo.
- En [R] y [AR] se extiende la construcción de una función continua por pedazos a grupos kleinianos finitamente generados con la propiedad de *Even Corners*³ y sin cúspide.

En esta charla se analizará el problema de construcción de la función f para el grupo de Picard

$$= \text{PSL}(2; \mathbb{Z}[\frac{1}{n}]) = \left\{ \begin{matrix} az + b \\ cz + d \end{matrix} : a, b, c, d \in \mathbb{Z}[\frac{1}{n}]; ad - bc = 1 \right\};$$

que actúa propia y discontinuamente en el semiespacio superior \mathbb{H}^3 , para el que se ha definido una función conforme por pedazos $f(z)$ y mediante un sistema simbólico f se ha estudiado su dinámica.

Palabras clave: Dinámica de grupos kleinianos, Funciones continuas por pedazos.

Referencias

- [CL] CRUZ LÓPEZ, MANUEL. *Dynamics of Piecewise Conformal Automorphisms of the Riemann Sphere*, Ergodic Theory and Dynamical Systems 25 (2005) 6, pp.1767–1774.
- [AR] ANDERSON, JAMES W., AND ANDRÉ C. ROCHA. *Analyticity of Hausdorff dimension of limit sets of Kleinian groups*. ANNALES-ACADEMIAE SCIENTIARUM FENNICAE SERIES A1 MATHEMATICA. Vol. 22. ACADEMIA SCIENTIARUM FENNICA, 1997.
- [BS1] BOWEN, ROBERT; SERIES, CAROLINE. *Markov maps associated with Fuchsian groups*, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math. No. 50 (1979), 153–170.

¹Departamento de Matemática, UCA, San Salvador, El Salvador, ysifontes@uca.edu.sv

²Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias Naturales y Matemática, Universidad de El Salvador, El Salvador, dimas.tejada@ues.edu.sv

³Un grupo kleiniano Γ actuando sobre \mathbb{H}^3 tiene la propiedad *Even Corners* si existe un poliedro fundamental F para el cual $\Gamma(\partial F) = \bigcup_{\gamma \in \Gamma} \gamma(\partial F)$ es una unión de planos geodésicos.

[MB] MASKIT, BERNARD *Kleinian groups*. Vol. 287. Springer Science and Business Media, 2012.

[R] ROCHA, ANDRÉ CAVALCANTI. *Symbolic dynamics for Kleinian groups*. Diss. University of Warwick, 1994.

PROBLEMAS ALGORÍTMICOS PARA SUBCONJUNTOS RACIONALES DE MONOIDES INVERSOS LIBRES

Charla principal (60 minutos)

Pedro Silva

Portugal

Resumen: Los teoremas de Benois y Anisimov y Seifert proporcionan información y algoritmos sobre los subconjuntos racionales de grupos libres, pero el caso de los monoides inversos libres es mucho más difícil y varios problemas siguen abiertos en el caso general. En esta charla, informamos sobre algunos avances recientes en esta dirección.

Podemos demostrar que subconjuntos racionales de un monoide prefijo-finito son recursivos, cubriendo el caso de los monoides inversos libres. Además, el problema de la igualdad es decidible para subconjuntos racionales del monoide inverso libre monogénico F . También es decidible si un subconjunto racional de F es reconocible o no. Finalmente, un submonoide de F es racional si y sólo si es finitamente generado.

Palabras clave: monoide inverso libre, subconjunto racional, algoritmo.

Referencias

- [1] Pedro V. Silva, On the rational subsets of the monogenic free inverse monoid, *J. Algebra* 618 (2023), 214–240, también disponible en <https://arxiv.org/abs/2205.08854>.

GRUPOS CÍCLICOS SOBRE CURVAS ELÍPTICAS

Charla corta (25 minutos)

Carlos Urrutia Milian¹

Honduras

Resumen: El propósito de este trabajo es desarrollar elementos de la teoría de grupos en el contexto de las curvas elípticas, y además, examinar cómo es posible determinar grupos cíclicos en estas curvas.

Una curva elíptica es un objeto geométrico caracterizado por una ecuación polinomial que posee una estructura algebraica inherente. Esta estructura nos permite definir una operación de suma en los puntos de la curva. Esta operación de suma es esencial para establecer la conexión entre la teoría de grupos y las curvas elípticas, y la exploraremos detalladamente al determinar grupos cíclicos en este contexto.

Palabras clave: Teoría de Grupos, curvas elípticas, grupos cíclicos.

Referencias

- [1] Jeffrey Hoffstein, Jill Pipher, Joseph H. Silverman (2014), *An Introduction to Mathematical Cryptography*, Springer.
- [2] Silverman, Joseph H. (2009), *The Arithmetic of Elliptic Curves* Springer, Graduate texts in mathematics.
- [3] Joseph H. Silverman and John T. Tate. (2015), *Rational Points on Elliptic Curves* (2nd. ed.). Springer Publishing Company, Incorporated.
- [4] Serge Lang (2002), *Algebra*, Springer, Graduate texts in mathematics.

¹carlos.urrutia@unah.edu.hn

STRATIFICATIONS ON THE NILPOTENT CONE OF THE MODULI SPACE OF HITCHIN PAIRS

Charla larga (40 minutos)

Ronald Zúñiga Rojas¹ Peter B. Gothen
Costa Rica

Resumen: We consider the problem of finding the limit at infinity (corresponding to the downward Morse flow) of a Higgs bundle in the nilpotent cone under the natural \mathbb{C}^* -action on the moduli space. For general rank we provide an answer for Higgs bundles with regular nilpotent Higgs field, while in rank three we give the complete answer. Our results show that the limit can be described in terms of data defined by the Higgs field, via a filtration of the underlying vector bundle.

Palabras clave: Higgs Bundles, Hitchin Pairs, Hodge Bundles, Moduli Spaces, Nilpotent Cone, Vector Bundles.

Referencias

- [1] P. B. Gothen, *Representations of surface groups and Higgs bundles*, in *Moduli Spaces*, LMS Lecture Notes Series **411** (2014), 151–178.
- [2] P. B. Gothen and R. A. Zúñiga-Rojas, *Stratifications on the moduli space of Higgs bundles*, *Portugaliae Mathematica*, EMS **74** (2017), 127–148.
- [3] T. Hausel, “Geometry of Higgs Bundles”, PhD thesis, Cambridge University, United Kingdom, 1998.
- [4] N.J. Hitchin, *The Self-Duality Equations on a Riemann Surface*, *Proc. London Math. Soc.* **55** (1987), no. 3, 59–126.
- [5] R. A. Zúñiga-Rojas, “Homotopy groups of the moduli space of Higgs bundles”, Ph.D. thesis, Universidade do Porto, 2015.

¹ronald.zunigarojas@ucr.ac.cr

